

異なる露出の球に作用する流体力と離脱限界

武藏工業大学 正員 王 方一

1. まえがき：異なる露出の単球の離脱限界式と実験値を比較し、流体力の作用線の球心からのずれおよび変動の影響の程度を検討する。また、遮蔽効果を考慮した場合にも触れる。

2. 離脱限界の計算式

2.1 流体力の作用線の球心からのずれ(交点A)および変動を考慮するとき：任意の露出比 $\eta = S_e/d$ (図1)に位置する単球に作用する諸力による釣り合いは、 $F_{Dmax} \cdot e_{1A} + F_{Lmax} \cdot e_{2A} + W_x \cdot e_1 - W_z \cdot e_2 = 0$ で表わされる。

$$\text{これに } F_{Dmax} = F_D + n_D \cdot \sigma_D, \quad F_{Lmax} = F_L + n_L \cdot \sigma_L, \quad C_{VD} = \sigma_D / F_D, \quad C_{VL} = \sigma_L / F_L$$

$$\therefore F_{Dmax}/F_{Dlmax} = k_D \cdot k'_D, \quad k_D = F_D/F_{Dl}, \quad k'_D = (1+n_D \cdot C_{VD})/(1+n_{Dl} \cdot C_{Vdl}), \quad F_{Lmax}/F_{Dlmax} = k_L \cdot k'_L,$$

$$k_L = F_L/F_{Dl}, \quad k'_L = (1+n_L \cdot C_{VL})/(1+n_{Dl} \cdot C_{Vdl}); \quad F_{Dl} = C_{Dl}(1/2)\rho u_{0l}^2(\pi/4)d^2, \quad W_x = W \sin \alpha$$

$$\therefore W_z = W \cos \alpha, \quad W = (\pi/6)g(\rho_s - \rho)d^3, \quad e_{1A}/e_1 = \tan \phi_A = \mu_A, \quad e_2/e_1 = \tan \phi = \mu \text{などを代入すれば限界時の無次元剪断応力 } \tau_{*c\delta of} = u_{*c}^2/g \cdot s' \cdot d \text{ は(a)式で得られる。}^{(2)}$$

$$\tau_{*c\delta of} = \frac{\mu \cos \alpha - \sin \alpha}{(3/4)C_{Dl}(u_{0l}/u_{*c})^2 G'_A(e_{1A}/e_1) \cdot (1+n_{Dl} \cdot C_{Vdl})} \quad (a)$$

ここに $u_{*c}^2 = g h_{oc} \sin \alpha$, $G'_A = k_D k'_D + \mu_A k'_L k'_L$; F_D , F_L および σ_D , σ_L : 平均値と標準偏差, F_{Dl} : $\eta = 1$ における F_D ; $u_{0l}/u_{*c} = 8.5 + 5.75 \log_{10}(Z_1/d)$, $Z_1 = Z_{01} + ad$, $Z_{01} = 0.5d$

; h_{oc} と ad : 球列の頂面から水面と水深原点(下へ)までの距離, $S' = S - 1$, $S = \rho_s/\rho$; ρ_s と ρ : 球と水の密度, α : 水路底の勾配; また $\mu = e_2/e_1 = \tan \phi = \cot \beta = (1 - \sin^2 \beta)^{1/2}/\sin \beta$,

$\sin \beta = 2\eta/\sqrt{3}$ より η と μ の関係がわかる。 $\eta = 0.866$ のとき $\mu = 0$ 。

2.2 作用線が球心を通過、変動無視の場合：(a)式は(b)となる。

$$\tau_{*co} = \frac{\mu \cos \alpha - \sin \alpha}{(3/4)C_{Dl}(u_{0l}/u_{*c})^2 G}, \quad (\text{ここに } G = k_D + \mu k_L). \quad (b)$$

2.3 ずれ考慮、変動無視のとき： $\tau_{*c\delta} = \tau_{*co}/K_\delta \dots (c)$ 。ここに, $K_\delta = (e_{1A}/e_1)(G_A/G)$, $G_A = k_D + \mu_A \cdot k_L$.

2.4 ずれ、変動ともに考慮のとき： $\tau_{*c\delta of} = \tau_{*co}/K_\delta \cdot K_{\delta of} \dots (d) = (a)$ 。ここに, $K_{\delta of} = (G'_A/G_A)/(1+n_{Dl} \cdot C_{Vdl})$.

3. 離脱限界の実験値：銅板の枚数で高さを調節し、実験球を上にのせ、下流の2球と接触させたときの離脱限界の実験結果^{(3),(4)}を図2の点群で示す。

4. 計算に用いた諸量の値： $Z_1 = (a+0.5)d$ における a の値は、Ref.2と同様 0.3 を用いた。その他の諸量はRef.4の離脱実験条件とほぼ近い η と h_0 を選び、B型圧力測定球⁽¹⁾による測定結果⁽⁵⁾を用いた。 C_{Dl} は平均 0.7 を用い、また k_D は $k_D = 0.07 + 0.93\eta \dots (1)$ で表わした。(本文では図は省略) k_L は、図4の点群で示し、 $k_L \approx 0.2$ ($0.1 < \eta < 0.7$) $\dots (2)$ で表わせる。また、図4に示す吉川ら⁽⁶⁾の点群は、

$k_L = 0.085 + 0.269\eta$: ($0 < \eta < 0.8$) $\dots (2)$ で表せる。この式はRef.2の図2bの点群(実験球の下に銅板なし)の下縁にほぼ接する。 e_{1A}/e_1 と μ_A/μ は図5と図6に示し、それぞれ

$e_{1A}/e_1 = 1.099\eta^{0.102}$: ($0.1 \leq \eta \leq 1.0$) $\dots (3)$ および $\mu_A/\mu = 0.996\eta^{0.102}$: ($0.1 \leq \eta \leq 0.7$) $\dots (4)$ で表せる。変動の項はRef.2と同じく $C_{VD} = 0.4 - 0.2\eta \dots (5)$; $C_{VL} = 0.4 \dots (6)$; $n_D = n_L = n_{Dl} = 3 \dots (7)$ を用いた。

5. 計算結果： k_L は(2)式と(2)式の2通りについて計算した。結果は図2に示す。低 η 域では k_L による相違はかなり大きいが、 $\eta = 0.4 \sim 0.8$ では僅少である。しかし、 K_δ 、 $K_{\delta of}$ 、 $K_\delta \cdot K_{\delta of}$ (図3) は全域に亘って k_L の影響は僅少である。作用線のずれを無視し、変動のみを考慮するときの $\tau_{*ef} = \tau_{*co}/K_f \dots (e)$ における $K_f = (G'/G)(1+n_{Dl} \cdot C_{Vdl})$ の値は、 $K_{\delta of}$ と図上では判別できないほど近く、相互影響の低いこと

を示す。ここに $G' = k_D k'_D + \mu k_L k'_L$ 従つて $\tau_{*c\delta of} \approx \tau_{*cf} = \tau_{*co}/K_\delta K_f \dots (f)$ で計算しても大差はない。

6. 遮蔽効果のある場合：単球の上下流に同じ露出比 η を有する球があるとき（球心距離 $l = xd$ ）、中間の球に作用する流体力を F_{DS} 、 F_{LS} として、また $k_{DS} = F_{DS}/F_{DI}$ 、 $k_{LS} = F_{LS}/F_{DI}$ とすればこの場合には $\tau_{*cs} = \tau_{*co}/K_S$ … (g) になる。ここに $K_S = G_S/G$ 、 $G_S = k_{DS} + \mu k_{LS}$ 。また近似的には

$\tau_{*c\delta ofos} = \tau_{*c\delta fs} = \tau_{*co}/K_\delta K_f K_s \dots (h)$ で表わせると考える。例として $\Phi = 45^\circ$ ($\mu = 1, \eta = 0.612$) の場合、 k_L は(2)式によるとき、 $\tau_{*co} = 0.035$ 、 $K_\delta = 1.13$ 、 $K_f = K_{\delta of} = 1.92$ 、 $K_\delta K_f \approx 2.2$

、 $K_S = 0.30$ [Ref.7の実験 ($i=1/60, h_o=6.13\text{cm}, \eta=0.25, 0.5, 0.75, l=\sqrt{3}d$) による $k_{DS} = 0.3$ 、 $k_{LS} = -0.05$ を使用]となり、式(h)より $\tau_{*c\delta fs} = 0.054$ を得、Shields曲線の $u_* \cdot d/v > 200$ 域の値とほぼ同じとなる。

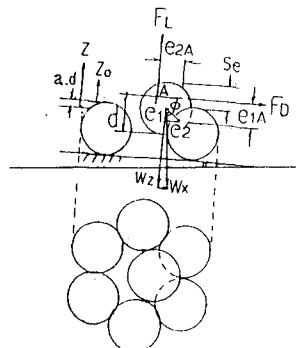
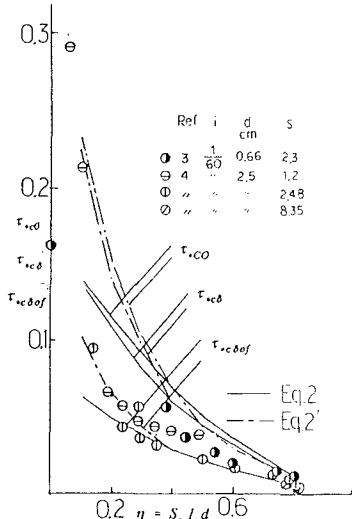
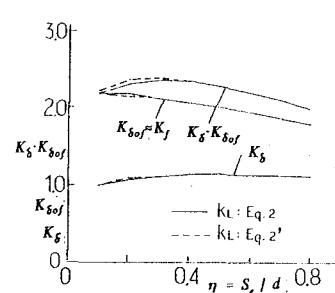
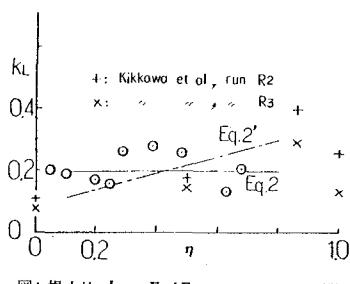
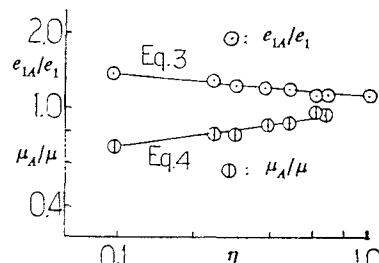


図1 球に作用する諸力

図2 無次元限界剪断応力 τ_{*c} と露出比 η の関係図3 すれと変動の影響係数と露出比 η の関係図4 揚力比 $k_L = F_L/F_D$ と露出比 η の関係図5 e_{LA}/e_L および μ_A/μ と露出比 η の関係

参考文献：

- (1) 王、山田：(a、第43回、II 149,334-345,1988-10)
- (2) 王：(a、第47回、II 56,162-163,1992-9)
- (3) 長村、清水：(b、1974-3)
- (4) 高野、鳴沢：(b、1989-3)
- (5) 加藤、北村：(b、1990-3)
- (6) 安住、松下：(b、1994-3)
- (7) 井上：(b、1994-3)
- (8) 吉川ほか：(c、第399号,1988)

a：土木学会年講第2部 b：武藏工業大学卒業研究 c：土木学会論文集

図2の計算値はRef.(6)の著者、安住祐一、松下清志の両氏によるものであり、ここに感謝の意を表する。