

## II-235 傾斜サーマルの理論的研究 Ⅲ

九州工業大学工学部 学生員 ○森田 毅、サニット ウォンサ  
同 上 正 員 秋山 壽一郎、浦 勝

## 1. 序論

周囲より重い流体が斜面上に瞬間的に放出されると傾斜面に沿って流下発達し、傾斜サーマルを形成する。この現象は自然界において頻りに観測される最も基本的かつ重要な密度流のひとつである。特に、密度差が溶解物質のような保存性物質である場合、つまり初期浮力が保存されるものは“保存性傾斜サーマル”と呼ばれる。本研究は、“保存性傾斜サーマル”の流動機構の理論的解明を目的としたものである。

## 2. 保存性傾斜サーマルの理論

水平面と角度  $\theta$  をなす傾斜面上を流下する傾斜サーマルを図-1のようにモデル化する。現象のモデル化にあたって、以下のような仮定を設ける。(1)サーマルの形状は流下方向に相似形を保つ、(2)サーマルの形状は半楕円に近似できる、(3)サーマルの内部は完全混合状態である( $p$ =一定)、(4)周囲水の密度は均一である( $\rho_a$ =一定)、(5)上部界面の不安定のために、サーマルの流体塊の一部が後方へ置き去られるが、この量は微小であるとして無視する(初期浮力は保存される)、(6)Boussinesq サーマル( $(\rho-\rho_a)/\rho_a \ll 1$ )とする、(7)サーマルの全周囲より周囲水の連行が行なわれる。

支配方程式：基礎方程式である体積保存の式、質量保存の式および運動方程式を変形すると、最大層厚  $H$ 、Overall Richardson 数  $Ri$  および平均浮力  $B$  を未知数とする式(1)～(3)の支配方程式が得られる。

$$\frac{dH}{dx} = \frac{1}{2} \left( \frac{S_2}{S_1} \right) \sqrt{f(\theta)} E_d \quad \dots(1); \quad \frac{dRi}{dx} = \frac{3Ri}{H} \left[ \frac{dH}{dx} + \frac{2}{3} \frac{f(\theta)C_d - S_1 Ri \tan \theta}{S_1(1+A_m)} \right] \quad \dots(2); \quad \frac{dB}{dx} = -\frac{2B}{H} \frac{dH}{dx} \quad \dots(3)$$

ここに、 $f(\theta) = \text{断面アスペクト比}(=H/L)$ 、 $Ri = \frac{f(\theta)W_0 \cos \theta}{S_1 U^2 H}$ 、 $C_d$  = 抵抗係数、 $A_m$  = 付加質量係数、 $L$  = サーマル長、 $W_0$  = 初期総浮力 ( $=B_0 H_0 L_0 = S_1 BHL$ )、 $U$  = 重心移動速度。また、 $S_1, S_2$  = 式(4)、(5)で与えられる形状係数であり、 $E_d$  は式(6)で定義される連行係数である。

$$S_1 = \frac{\pi}{4} \quad \dots(4) \quad ; \quad S_2 = \frac{(\pi/2^{3/2}) \sqrt{4f^2(\theta)+1}}{f(\theta)} \quad \dots(5) \quad ; \quad E_d = \frac{q_e}{CU} \quad \dots(6)$$

ここに、 $C = \text{サーマルの周囲長}(=S_2 \sqrt{HL})$ 、 $q_e = \text{サーマルの連行量}$ 。

付加質量係数  $A_m$  の推定： $C_d$  と  $A_m$  に関する一般的な関係式は存在しないので、 $C_d$  - 値を決定する一つの方法は、式(2)で  $dRi/dx = 0$  として得られる式(7)において、 $A_m$  として半楕円形状 Solid Body の付加質量係数 ( $=2f(\theta)$ ) を採用し、 $C_d$  - 値を実験値と計算値との比較より算定する方法である。通常、このようにして  $C_d$  - 値を決定するが、この方法では非現実的な  $C_d$  - 値が得られる可能性がある。そこで、本研究では式(7)において、 $C_d = 0$  とし、サーマルの付加質量係数  $A_m$  が Solid Body のそれに比例するとし、式(8)のように仮定する。この方法は暗に  $C_d$  の効果を  $A_m$  に含ませることを意味するが、前述の方法よりも現実的な選択と考えられる。従って、式(7)と(8)より  $\alpha$  は式(9)のように与えられる。

$$\frac{dH}{dx} = \frac{2}{3} \frac{S_1 Ri \tan \theta - f(\theta)C_d}{S_1(1+A_m)} \quad \dots(7) \quad ; \quad A_m = 2f(\theta)\alpha \quad \dots(8) \quad ; \quad \alpha = \frac{1}{2f(\theta)} \left( \frac{2Ri \tan \theta}{3dH/dx} - 1 \right) \quad \dots(9)$$

ここに、 $Ri_n$  = 流れの確立領域での Overall Richardson 数、 $\alpha$  = Solid Body の付加質量係数に対する補正係数。式(9)中の  $Ri_n, dH/dx$  等はいずれも実験結果より容易に算定できるので、 $\alpha$  は  $\theta$  の関数として図-2のように求められる。 $\alpha \sim \theta$  の関係を経験式化したものが式(10)である。

$$\alpha = 0.002 \theta^2 - 0.225 \theta + 9.52 \quad \dots(10)$$

$f(\theta)$  と  $E_d$  は  $\theta$  の関数として実験的に図-3と4のようにそれぞれ求められ、 $\theta = 30 \sim 60^\circ$  の範囲で式(11)と(12)で与えられる。

$$f(\theta) = 0.0028 \theta + 0.31 \quad \dots(11)$$

;

$$E_d = 0.0020 \theta + 0.04 \quad \dots(12)$$

### 3. 考察

各角度に対して異なった流入条件を与え $R_i$ の挙動を調べたが、いずれの角度でも流入条件にかかわらず、 $R_i$ は一定値に収束し、 $R_i$ ＝一定となる流れの確立領域の存在が確認された。 $R_i$ 値の実験値と計算値との比較を図-5に示す。計算のための初期条件としては、仮想原点での値を用いた。 $H_0$ としては極めて小さな値、 $U_0$ としては極めて大きな値を使用し、 $Bo_0$ は $W_0$ ＝一定なる条件から逆算して求めた。 $\theta = 45^\circ$ 、 $W_0 = 39.2 \text{ cm}^3/\text{s}^2$ の場合での実験値と数値計算との比較を図-6に示す。図-6中の( $H$ ,  $B$ ,  $U$ )の単位は( $\text{cm}$ ,  $\text{cm}/\text{s}^2$ ,  $\text{cm}/\text{s}$ )である。

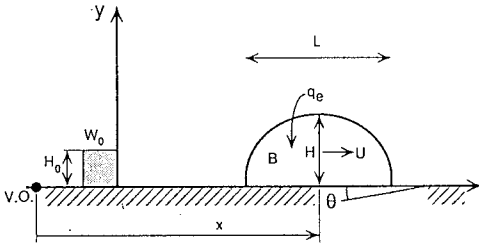


図-1 定義図

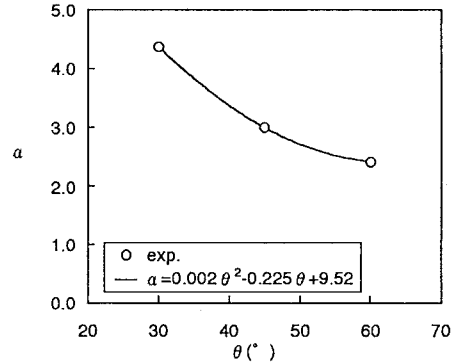


図-2  $a$  と  $\theta$  との関係

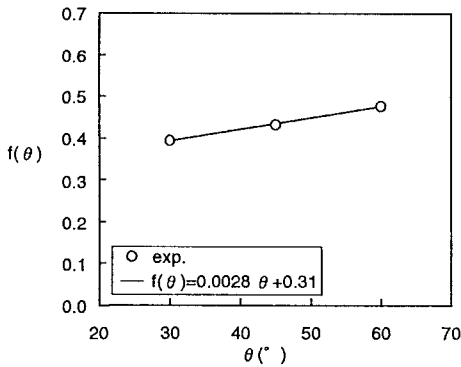


図-3  $f(\theta)$  と  $\theta$  との関係

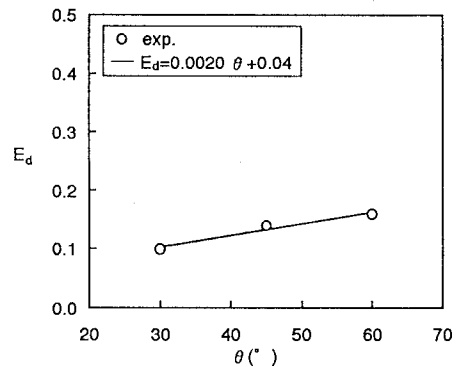


図-4  $E_d$  と  $\theta$  との関係

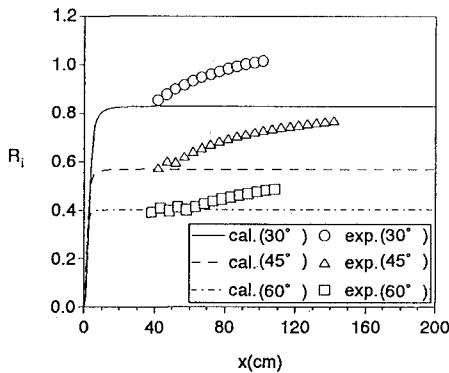


図-5  $R_i$  値の実験値と計算値との比較

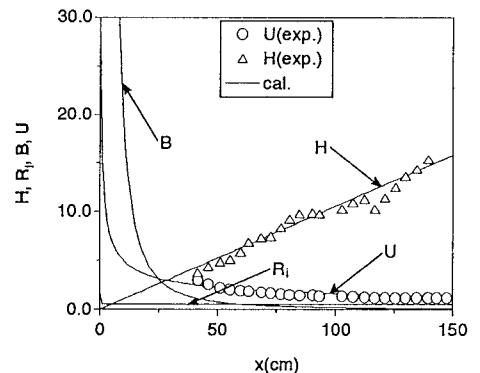


図-6 実験値と数値計算との比較

< 参考文献 > (1) Beghin et al. : J.Fluid Mech. 107, 1981 (2) 森田ら: 西部支部, 1994 (3) 古屋ら: 西部支部, 1994