

II-202

流砂を伴う滑面固定床上流れの抵抗則

徳島大学大学院 学生員 穴瀬 康雄
 徳島大学工学部 正 員 岡部 健士
 徳島大学大学院 学生員 松井 義幸

1. はじめに 著者らは先の研究¹⁾において、滑面上における堆積限界掃流輸送量式を提案した。その定式化の際には、堆積限界の流砂を伴う流れの流速分布が必要であったため、プラントルの混合長理論に基づく理論展開を行い流速分布式を導いた。しかし、それには適合性の面で若干の問題点が残されていたため、理論の一部を修正し、適合性の改善を試みた。

2. 流速分布式 プラントルの混合長理論に従えば、任意の流れのせん断応力 τ_f と速度勾配 du/dy の関係は、混合長 ℓ を用いて次式のように表される。

$$\tau_f = \rho v (du/dy) + \rho \ell^2 (du/dy)^2 \quad (1)$$

ここに、 ρ ：水の単位重量、 v ：水の動粘性係数である。ここでは流れを、粘性底層(領域1： $0 \leq y \leq \delta_L$)、砂礫粒子の影響を受ける遷移層(領域2： $\delta_L \leq y \leq \alpha d$)および通常の乱流層(領域3： $y \geq \alpha d$)の3領域に分割して考え、それぞれの領域における τ_f と ℓ を次のように仮定した。

(領域1) $\tau_f = \tau_c$, $\ell = 0$, (領域2) $\tau_f = \tau_c$, $\ell = \kappa'(y - \delta_L)$, (領域3) $\tau_f = \tau_0$, $\ell = \kappa y + \ell_G$
 ここに、 τ_c ：限界掃流力、 τ_0 ：みかけの掃流力、 κ ：Kármán定数、 ℓ_G ：流砂による乱流混合の促進もしくは抑制を評価するための付加的混合長、 κ' ： ℓ_G により修正されるKármán定数である。領域1は、no-slip conditionのもとでの式(1)の解はつぎのようになる。

$$(\text{領域1}) \quad U = U_*^2 Y \quad (2)$$

ただし、 $U = u/u_*$, $U_* = u_{*c}/u_*$, $Y = u_* y/v$ である。一方、領域2および3においては、 ℓ が y の一次関数で表されており、それぞれを形式的に $\ell = ay + b$ のように記述すると、一般解として次式を得る。

$$U = (1/a)g(L) + \text{const.} \quad (3a)$$

$$\text{ここに、} g(L) = \ln \left\{ 2L + 2\sqrt{L^2 + 1/4} \right\} + (1/2 - \sqrt{L^2 + 1/4})/L \quad (3b), \quad L = \sqrt{\tau_f/\rho} \cdot \ell/v \quad (3c)$$

である。また、領域3については、式(3b)において $L \gg 1/2$ として得られる近似関数である式(4)が適用できるものとする。

$$g(L) \cong g'(L) = \ln(4L) - 1 \quad (4)$$

ついで、各領域の境界における流速の連続条件から式(3a)の積分定数を求めると、領域2および領域3の流速分布が以下のように記述される。

$$(\text{領域2}) \quad U = (U_{*c}/\kappa')g(L_2) + R_{c\delta} U_{*c} \quad (5)$$

ただし、 $L_2 = \kappa' U_{*c} (Y - R_{c\delta}/U_{*c})$, $R_{c\delta} = u_{*c} \delta_L/v$ である。

$$(\text{領域3}) \quad U = (1/\kappa)g'(L_3) + A \quad (6a)$$

ただし、 $L_3 = \kappa Y + R_{G\kappa}$, $R_{G\kappa} = u_* \ell_G/v$ であり、定数 A はつぎのように表される。

$$A = (U_{*c}/\kappa')g(L_4) + R_{c\delta} U_{*c} - (1/\kappa)g'(L_5) \quad (6b)$$

ただし、 $L_4 = \kappa' \{u_{*c}(\alpha d - \delta_L)/v\}$, $L_5 = \kappa(u_* \cdot \alpha d/v) + u_* \ell_G/v$ である。

ところで、移動限界状態において、つまり $\ell_G = 0$ のとき領域3の流速が滑面对数則に従うものとする、 $R_{c\delta}$ が次式のように決定される。

$$R_{c\delta} = \{6.825 + (1/\kappa)g'(\kappa R_{c\alpha}) - (1/\kappa)g(\kappa R_{c\alpha})\} \cdot R_{c\alpha} / \{R_{c\alpha} - g(\kappa R_{c\alpha})\} \quad (7)$$

ただし、 $R_{c\alpha} = u_{*c} \cdot \alpha d/v$ である。前モデル¹⁾からの変更点は、(領域2)の τ_f を $(\tau_0 + \tau_c)/2$ から τ_c へと、(領域3)の ℓ を $\kappa(y - \delta_L) + \ell_G$ から $\kappa y + \ell_G$ へとし、(領域3)に式(4)を適用したことである。

3. 平均流速式 流速分布式を積分して、平均流速 v および水深 h の関係
を導くと次式のようになる。

$$v/u_* = R_{*0}(\alpha d - \delta_L/2)U_{*c}/h + (A-1/\kappa)(1 - \alpha d/h) \\ + \frac{v}{u_* h (\kappa')^2} \left[\zeta \ln(2) + 1 + \frac{1}{2} \ln(\zeta) + \frac{1}{2} \xi \{ \ln(\xi) - 2 \} - \frac{1}{8\xi} \{ \ln(\xi) + 2 \} \right. \\ \left. - \frac{1}{2} \ln \left(1 + \frac{-4\xi + 2}{4\xi^2 - 1} \right) \right] + \frac{v}{u_* h (\kappa')^2} \left[(n-m) \{ \ln(4) - 1 \} + n \ln(n) - m \ln(m) \right] \quad (8)$$

ただし、 $\zeta = \kappa' u_* (\alpha d - \delta_L) / v \cdot U_{*c}$ 、 $\xi = \zeta + \sqrt{\zeta^2 + 1/4}$ 、
 $m = \kappa' [u_* (\alpha d) / v] + u_* l_G / v$ 、 $n = \kappa' (u_* h / v) + u_* l_G / v$ である。

4. 実験結果に基づく検討 本モデルの妥当性を検討するために水路実験を行
った。全長14.6m、幅60cm、勾配1/400の鋼製滑面水路において等流をつ
くり、上流で堆積限界量を給砂し、ピトー

管で流速の鉛直分布を測定した。表-1に実
験条件を示す。実験砂は、平均粒径が
0.85mm(RUN A)および0.17mm(RUN B)の珪砂
を用いた。図-1において、描点は実測値を、
実線および破線は、 $l_G = 0$ および実測値と
適合するよう試行錯誤的に決定した l_G を用
いての計算値を示している。なお、 $\alpha = 1.2$
とし、 u_{*c} は文献¹⁾で得た経験式から算定し
た。いずれの計算値も、前モデル¹⁾にみられ
た不連続部が解消されている。また、せん
断応力の仮定を一部修正したことで τ_* が大
きいケースについては砂礫頂部付近の適合
性がかなり良好となった。一方、 $\tau_* \equiv \tau_{*c}$ の
ケースについては十分な適合性が得られな
かった。参考のために τ_{*c} を適当に減じた計
算結果を一点鎖線で示す。実測値との適合
性は良くなるが、底面付近で $\tau_f \equiv \tau_{*c}$ であ
るという仮定に矛盾するため、今後検討する
必要があると思われる。つぎに、平均流
速式について検討する。図-2は、実験値（描点）と
式(8)による $l_G/d = 0$ および $l_G/d = -0.1$ とした際の
計算値（実線および破線）とを比較したものである。
 $\tau_* \equiv \tau_{*c}$ であるケースを除き、描点と実線の適合性は
概ね良好であり、実用上は $l_G/d = 0$ とした取り扱い
で十分と思われる。

〔参考文献〕1) 岡部・穴瀬・山下：水工学論文集
第38巻，pp.633-640，1994

表-1 実験条件

RUN	水深 (cm)	流砂量 (cm ³ /s)	流量 (ℓ/s)	τ_* τ_{*c}
A-1	2.248	0.619	4.28	1.46
A-2	2.475	1.370	5.70	1.61
A-3	4.225	4.542	12.45	3.03
A-4	4.830	4.796	14.35	3.46
B-1	1.915	0.376	3.23	1.19
B-2	2.300	1.185	5.38	1.57
B-3	3.750	4.425	10.53	2.80
B-4	4.780	5.803	14.82	3.57

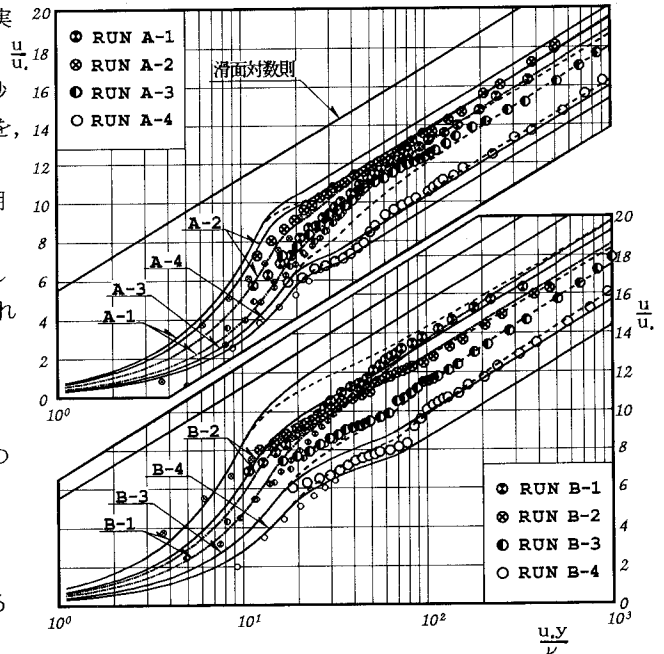


図-1 流速分布の実測値と計算値の比較

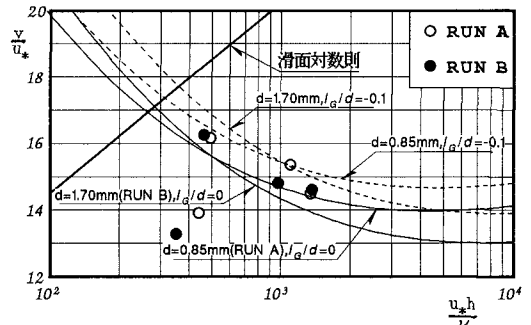


図-2 平均流速の実験値と計算値の比較