II-199　水位流量曲線からのずれについて

On Deviations from Stage-Discharge Relations

正員　水文環境　木 下 武 雄

1．はじめに

水文分野では、流量の常時観測に当たっては、予め一価関数としての水位流量曲線(以後、ＨＱと呼ぶ)を作成しておいて、水位を常時観測して流量に換算することが多い(国土調査法水位及び流量調査作業規程準則、河川砂防技術基準(案)等)。ＨＱ作成に際して、しばしば観測者からＨＱが一価関数にならないと言われる。つまりずれが観測されて、これを誤差と称し、何か失敗を犯したと解せられることもある。ここで著者は、ずれの中には意味のあるものも多いことを指摘し、意味のあるずれは積極的にとり上げ、本当の誤差は極力減らすべきであることを主張する。本当の誤差とは例えばＨＱ作成のための流量観測時に、河川の流れの持つ微変動に起因す誤差で、超音波観測などで、その特徴が徐々に明らかになっている。

2．マニング式とのずれ

定常的な流れではマニング(Manning)の式が成り立つとされる。(シェジーの式その他についても同様)

$$u=\frac{1}{n}R^{\frac{2}{3}}i^{\frac{1}{2}} \qquad\qquad Q=Au$$

ｕ：断面内の平均流速(ｍ／ｓ)，ｎ：マニングの係数(0.01～0.03程度)，Ｒ：径深(ｍ)，ｉ：水面勾配であるが、一様水路では河床勾配と考えた方が実用的である。Ｑ：流量(m^3/s)，Ａ：流水断面積(m^2)。

$Q=\frac{1}{n}AR^{\frac{2}{3}}i^{\frac{1}{2}}$ となる。これはＡ,Ｒとも水位の一価関数であるので、Ｑも水位の一価関数であるが、ＨＱにおいては$Q=a(H+b)^2$の形($H\geqq -b$)で一価関数として表現する。実用上この放物線式がＨＱとして使いやすいことは論ずるまでもない。しかし、もしマニング式の通り流れる川があったとすると、そこのＨＱとしての放物線には実測値とずれが生じることになる。

3．水面勾配によるずれ

ｉを河床勾配、ｈを水深とおき、時間的、場所的に変化する流れの場合には(ｘは上流から下流へとる)

$$Q=\frac{1}{n}AR^{\frac{2}{3}}\left(i-\frac{dh}{dx}\right)^{\frac{1}{2}}$$

とおく。ｈは変化するので、この拡張マニングの式は、もはや一価関数とはならない。ｈの変化で、洪水ピーク前：$-dh/dx>C_1$、ピーク後：$-dh/dx<C_1$(C_1：定常状態の水深勾配)となって、ＨＱがループを描くことは米田正文(洪水特性論、土木雑誌社(1953))がすでに実験的にも示している。青木佑久も「水面勾配をとり入れた水位流量曲線、土木技術資料14-6p.6」で論じている。しかし、ループは水面勾配だけでは説明しにくい分もあり、不定流の慣性項等$\frac{1}{g}\frac{\partial u}{\partial t}+\frac{u}{g}\frac{\partial u}{\partial x}$で補正してもまだループとしてのずれを十分な説明ができない場合があることを著者は、かつて示した。(木下武雄：洪水の水位流量曲線の意味、第28回水理講演会(1984))但しこのループは必ず反時計まわりである。

4．ループの回転方向：感潮河川のループとの相違

感潮河川はＨＱがループになることが知られているが、その回転は時計まわりである。

河道貯水部と流水部に分け、上流から番号ｍをつけ、マニング式を

$$Q=\frac{1}{n}R^{\frac{2}{3}}A\left(\frac{H_m-H_{m+1}}{\triangle x}\right)^{\frac{1}{2}}$$

とおく。これをＱ・Ｈの線型関係におき直す。

$$H_m-H_{m+1}=r_mQ_m$$

ここで、$r_m=\triangle x\cdot n^2|Q_m|/(R^{\frac{2}{3}}A)^2$とおいて、定数と仮定する。水の連続の式については、

$$C_m\frac{dH_m}{dr}=Q_{m-1}-Q_m \qquad\qquad C_{m+1}\frac{dH_{m+1}}{dt}=Q_m-Q_{m+1}$$

ここでC_mはｍ番目の区間の△ｘ×水面積で貯水部面積である。これを連立させると、

$$C_m\frac{dH_m}{dt}=\frac{H_{m-1}}{r_{m-1}}-\left(\frac{1}{r_{m-1}}+\frac{1}{r_m}\right)H_m+\frac{H_{m+1}}{r_m}$$

となる。単純化して、下流から潮汐波が侵入する場合には、H_{m+1}を与えてH_mを求めるとし、

H_{m-1}は切れていると仮定し、$H_{m-1}=0$とする。上流から洪水波が侵入する場合は、H_{m-1}を与えてH_mを求めるとし、$H_{m+1}=0$と仮定する。基本的な式は

$$Cr\frac{dH}{dt}+H=\text{境界条件}$$

とまとめられ、境界条件に$a\sin\omega t$を入れると、下流からの潮汐など（サイン波）の変動に対しては、

$$\sqrt{(Cr\omega)^2+1}\ H=a\sin(\omega t-\alpha)\qquad \frac{\sqrt{(Cr\omega)^2+1}}{C\omega}\ Q=-a\cos(\omega t-\alpha)$$

上流からのサイン波洪水などの変動に対しては、

$$\sqrt{(Cr\omega)^2+1}\ H=a\sin(\omega t-\alpha)\qquad \frac{\sqrt{(Cr\omega)^2+1}}{C\omega}\ Q=a\cos(\omega t-\alpha)$$

これらは、それぞれ時計まわり,反時計まわりでまわる楕円となることがわかる。

5．定常振動のＨＱ

河道の中の静振のような定常振動らしきものは超音波観測により多く見つかっている。運動の式と連続の式とを単純化し、

$$\frac{1}{g}\frac{\partial u}{\partial t}+\frac{\partial h}{\partial x}=0\qquad \frac{\partial h}{\partial t}+H_o\frac{\partial u}{\partial x}=0$$

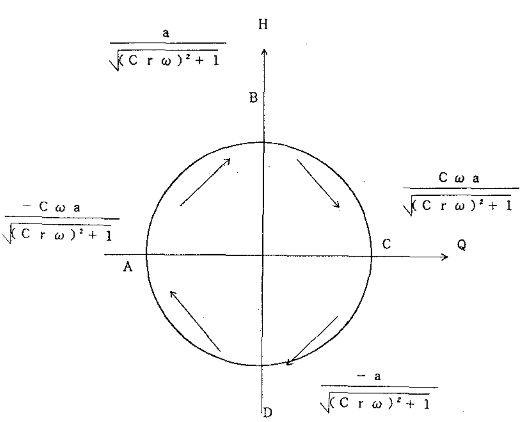
g：重力の加速度、H_o：平均水深。これをそれぞれｘ，ｔで偏微分して引き算すると、

$$\frac{\partial^2 h}{\partial t^2}-gH_o\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}=0$$

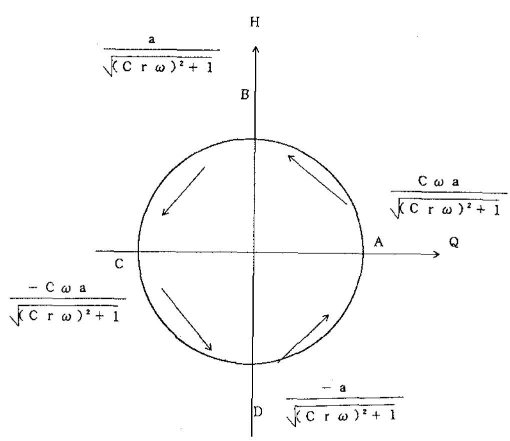
となり、$h=f_1(x\pm\sqrt{gH_o}\,t)$、$u=\sqrt{g/H_o}\,f_1(x\pm\sqrt{gH_o}\,t)$の形の解となることはよく知られている。この場合のｈは水位である。$Q=BH_ou=B\sqrt{gH_o}\,f_1(x\pm\sqrt{gH_o}\,t)$となるので、ＨＱの勾配は$H:Q=1:\mp B\sqrt{gH_o}$で一定つまり直線となる。河川流が定常振動をおこすと、ＨＱ上で勾配$\mp B\sqrt{gH_o}$の直線が分岐すると言った方がよい。

6．結語

マニング式と放物線ＨＱとのずれ、洪水波によるずれ、感潮河川のずれ、静振によるずれなどがあって、一価関数とこれまで言われていたＨＱには多くのずれがあり、これらのずれは流れの特性を示している。在来の可搬型流速計・桿浮子などで時間をかけて観測していた時代にはよくわからなかった河川の流れも、新しい観測方法で珍しい現象が続々見つかっている。これらは、今まで部分的にはわかっていたが、誤差として片付けられていた。それらを明らかにすることで河川への深い理解を広げて行きたい。



下流からの潮汐・堰操作などによる水位流量の変動



上流からの洪水などによる水位流量の変動