

京都大学大学院 学生員 山敷庸亮
 京都大学防災研究所 正員 高橋 保
 サンパウロ大学工学部 Podalyro A. de Souza

1・はじめに 非定常流れを解析するプログラムとして1966年にLos Alamos研究所で開発されたMAC(Marker And Cell)法は、わが国でも改良され続けてきたが、本研究では固・液・気相が混在する実際のダム減勢工下流部の局所流の数値解析の手法として、2次元の改良型MAC法-Superior MAC法の開発⁽¹⁾を行った。

2・Superior MAC法の概説 通常のMAC法の標識付け(Flagging)は5種類であるが、本手法では混相流を扱うため、表1に示すセルの標識付け(Flagging)がなされている。乱流モデルとしては、古典的なSmagorinsky型LESモデルを適用している。気泡は流体の密度変化のみに影響し、乱流構造には影響しないものとして、砂粒子の存在による流れ場への影響は、PSI-Cell法⁽²⁾を用いた。表1・Superior MAC法での標識付け流れ場の基礎式として、以下の式を用いた。

$$\frac{D(\rho \bar{u}_i)}{Dt} = \mu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j^2} - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \rho g_i - \nabla \{ (\rho R_{ij}) + (\rho C_{ij}) + (\rho L_{ij}) \} + S_{pi}$$

$$R_{i,j} = -2K\zeta_{ij} \quad \zeta_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} + \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) \quad K = (C_S \Delta)^2 [2\zeta_{ij}\zeta_{ij}]^{1/2}$$

$$\Delta^2 = (\Delta x^2 + \Delta y^2)/2 \quad C_S = 0.18$$

$$L_{ij} = \frac{\Delta_k^2 \partial^2 (\bar{u}_i \bar{u}_j)}{24 \partial x_k \partial x_k} \quad C_{ij} = -\frac{\Delta_k^2 \bar{u}_i}{24} \frac{\partial^2 \bar{u}_j}{\partial x_k \partial x_k} - \frac{\Delta_k^2 \bar{u}_j}{24} \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_k \partial x_k}$$

$$S_{pi} = -\frac{\partial M_{pi}}{\partial t} \quad M_{pi} = \frac{\partial}{\partial V} \left(\sum_{k=0}^{N_S} m_{pk} u_{pik} \right)$$

ここに、 $i, j, k = 1, 2$ 、 ρ :流体の密度、 u_i :流体の i 方向の流速、 p :圧力、 g_i : i 方向の重力加速度、 R_{ij} , C_{ij} , L_{ij} :それぞれ Reynolds, cross, Leonard 項、 C_S : Smagorinsky モデル定数、 μ :水の粘性係数、 $\Delta x, \Delta y$:計算セルの単位長、 V :計算セルの体積(2次元計算では面積)、 S_{pi} :砂粒子の流れ場への影響を与える負の生成項⁽²⁾、 M_{pi} : i 方向の単位セル中の砂粒子の運動量、 N_S :単位セル中の砂粒子の総数、 m_{pk} :粒子 k の質量、 u_{pik} :粒子 k の i 方向の流速である。また $\bar{u}_i$ は u_i の格子平均を表す。

離散化手法として、空間的には Staggard 格子を用いた QUICK-EST 3次精度スキーム⁽³⁾を用い、時間的には Adams-Bashforth 法を用いている。自由水面における境界条件は、水面位置において圧力、乱れエネルギー勾配、逸散率の勾配がそれぞれ0になるとしている。また、水面付近の流速決定には ZIP コード空間中心差分を用いている。水面の離散点での流速は、密度差を考慮した連続式により決定する場合と、近傍の流速をコピーする場合がある。底面の境界条件は、対数則分布を仮定し補正を行った。

本手法においては、自由水面判定粒子、砂粒子、気泡と、3種類のマーカー粒子が定義され、それぞれ流れ場のオイラー的流速により、ラグランジュ的に追跡される。砂粒子の移動による底面境界の変化をモデル化するために、流れ場の計算セルの中に、ちょうど砂粒子の大きさのサブ・セルを定義した。サブ・セル中には粒子が一個しか存在できないように定義し、同じセル内に2個の粒子が存在する場合は、衝突が発生したと考え運動量の変化を再配分している

砂粒子の運動は、Tchen 式を基にした次式で、離脱過程、掃流・浮遊過程を統一的に評価した。

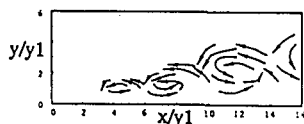
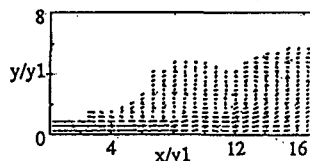
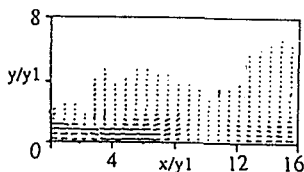
$$\rho \left(\frac{\sigma}{\rho} + C_M \right) A_3 d^3 \frac{du_p}{dt} = \epsilon \left(-\frac{1}{2} C_D \rho |u_r| u_r A_2 d^2 + \rho (1 + C_M) A_3 d^3 \frac{du_f}{dt} \right) + \rho \left(\frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) A_3 d^3 (g_i - \mu_f |g_j|)$$

ここに、 C_D :抗力係数、 u_p :砂粒子の流速ベクトル、 u_f :水の流速ベクトル、 u_r :スリップ速度ベクトル($= u_p - u_f$)、 $A_2 = \frac{\pi}{4}$ 、 $A_3 = \frac{\pi}{6}$ 、 d :砂粒子の直径、 C_M :仮想質量係数($= 0.5$)、 σ :砂の比重、 ρ :水の比重である。 ϵ は上流

0 FLO: In/Out Flow Cell	9 BL: Bed Load Cell
1 CNG: Changed Cell	10 IA: Inner Air Cell
2 BS: Bed Slope Surface	11 BSW: Bed Slope with Water
3 SUR: Surface Cell	12 EMP: Empty Cell
4 COR: Corner Cell	13 SSE: Surface Sediment Cell
5 FUL: Full Cell	14 CRK: Crack Cell
6 AFP: Air Flow Cell	15 SED: Sediment Cell
7 ASS: Air & Suspended Solid Cell	16 BS: Bed Slope Cell
8 SS: Suspended Solid Cell	17 OB: Obstacle Cell
	18 BND: Boundary Cell

表2・跳水の実験・計算条件

セル数 x 120 y 50	水深 h_1 1.5 cm h_2 11.45 cm
セル長 x 1 cm y 0.5 cm	フルード数 Fr 5.73
時間ステップ 0.002 sec	河床粒子粒径 0.2 cm
粘性係数 μ 0.01 g/cm ²	水の密度 ρ 1 g/cm ³
重力加速度 g 0.0 cm/s ²	粒子密度 2.65 g/cm ³
γ -980.0 cm/s ²	粒子の仮想質量係数 C_M 0.5
上流流入流速 220 cm/s	抗力係数 C_D 2.0

図1・Long et al.の観察 ($Fr = 6$)図2・高速ビデオによる観測結果($Fr=5.7$)図3・流れ場の計算結果($Fr=5.7$)

砂粒子による遮蔽係数で、砂粒子が底面に接している場合に限り、サブ・セルによる上流側砂粒子の存在判定により決定する。また、 μ_f は摩擦係数で、砂粒子が底面に接している場合のみ働き、基準値として中川ら⁽⁴⁾により実験的に求められた次式を用いた。

$$\mu_f = \frac{1}{2} \frac{\mu_{f0}}{(u_p/\sqrt{gd})^2 + 0.5} \quad \mu_{f0} = 1.8$$

粒子離脱過程においては、サブ・セルによる下流側の砂粒子の存在判定により、静止摩擦係数に重みをつけ、粒子配置の不規則性によるばらつきを表現している。successive saltation 過程における河床との反発には、以下の式を用いた。

$$\begin{bmatrix} u_{pout} \\ v_{pout} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e \cos^2 \alpha - f \sin^2 \alpha & -(e+f) \cos \alpha \sin \alpha \\ -(e+f) \cos \alpha \sin \alpha & e \sin^2 \alpha - f \cos^2 \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{pin} \\ v_{pin} \end{bmatrix}$$

ここに、 e, f :それぞれ x, y 方向の反発係数、 u_{pin}, v_{pin} :砂粒子の入射速度成分、 u_{pout}, v_{pout} :衝突後の砂粒子の速度成分、 α :仮想反発傾斜角である。なお、仮想反発傾斜角の導入は、後藤らの手法⁽²⁾を用いた。

本計算において気泡の粒径が圧力によらず一定であるという簡略化を行っている。気泡の運動には、砂粒子の運動と類似な以下の式を用いて計算を行っている。

$$\rho \beta A_3 d^3 \frac{du_a}{dt} = -\frac{1}{2} C_D \rho |u_r| u_r A_2 d^2 + \rho \beta A_3 d^3 \frac{Du_f}{Dt} + \rho g A_3 d^3$$

ここに、 C_D :抗力係数、 β :気泡の仮想質量係数、 u_a :気泡の運動速度ベクトル、 u_r :スリップ速度ベクトル($=u_a - u_f$)である。水面での気泡連行については、水面セルや空セルに仮想気泡マーカーを配布し、流れに応じた抗力係数を設定した上で上式を適用し、水中に気泡が取り込まれるかどうかによって判定している。

3・計算 本手法の妥当性を検討するために、跳水の水路実験と計算の比較を行ってみた。計算・実験条件を表2に示す。跳水先端部の高速ビデオによる流速分布解析結果を図2に示す。

4・考察 跳水の計算結果(図3)をLongらの研究⁽⁵⁾(図1)と比較すると、大規模組織渦の発達の様子が定性的に再現できていることがわかる。図3流れ場、図4は気泡の連行、図5は跳水の先端部から50cmのところから敷き詰めた砂粒子の捲き上がりである。計算と同条件の水路実験での流れ場の先端部の解析結果を図2に示す。非定常であるので、完全に同じ渦が観測されるわけではないので判定は難しいが、渦の流速ベクトルの絶対値はほぼ妥当な分布をしており、また渦の回転方向も一致している。

5・おわりに 計算時間の制限とプログラムの負荷により、2次元の計算のみを行ったが、実際の局所流を再現するには2次元モデルでは無理があり、乱流構造も異なる。また、高濃度の流れにおいては気泡や砂粒子の乱流構造への影響をもっと詳細にモデル化⁽⁶⁾する必要がある。今後3次元のモデルを用いて計算を行う予定である。

参考文献 (1)Y.Yamashiki;Modelação Matemática e Física da erosão em presença do Ressalto Hidráulico, サンパウロ大学修士論文,1994. (2)後藤仁志;砂粒子の運動特性とその移動床問題への応用に関する研究,京都大学学位論文 (3)Y.Takemoto et al;On the Third-order Upwind Finite-difference Scheme in Numerical Analysis for Initial-value Problems. IPPJ-693, 1985. (4)中川博次・辻本哲郎・細川泰宏;移動床における掃流砂れきの不規則運動性状について,京都大学防災研究所年報,第22号,B-2,pp.553-573, 1978. (5)DEJIANG Long et al.;Structure of Flow in Hydraulic Jumps, Journal of Hydraulic Research, Vol.29, 1991, No.2. (6)灘岡和夫・八木 宏・二瓶泰雄;高濃度固液混相流に関する LES 乱流モデルの開発,水工学論文集,第38巻,1994年2月。

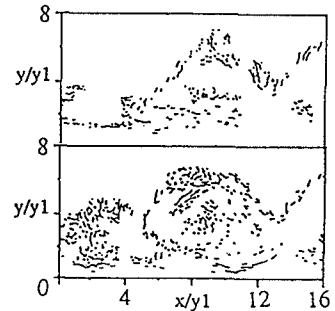


図4 - 気泡の混入の計算結果(Fr=5.7)

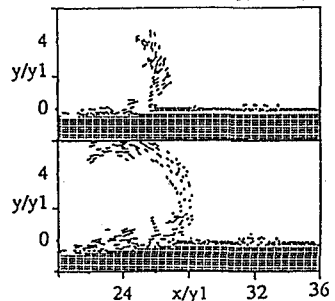


図5 - 砂粒子の計算結果(Fr=5.7)