

II-167 3次元境界適合座標を用いた曲がり円管内流動の数値解析

(財)電力中央研究所 牛島 省・田中伸和

1. はじめに

発電所水理構造物内の取放水の流れなど、複雑な形状の境界面に囲まれた3次元領域内の流動現象を適切に数値解析するためには、境界形状を正確に表現することが重要である。境界適合座標系(BFC)を利用した流体解析法はこのための有用な手法であるが、本報では、ラグランジュ法により離散化された運動方程式を3次スプライン内挿等を用いて精度良く解析する方法を提案する。

2. 数値解法の概要

境界形状に適合する、非直交曲線座標系 (ξ_1, ξ_2, ξ_3) は、ポアソン方程式を逆変換した次式により生成される。

$$\left(\frac{\partial^2 x_i}{\partial \xi_p \partial \xi_q} \right)^* \left(\frac{\partial \xi_p}{\partial x_j} \right)^* \left(\frac{\partial \xi_q}{\partial x_j} \right)^* + \frac{\partial^2 x_i}{\partial \xi_r \partial \xi_s} \left(\frac{\partial \xi_r}{\partial x_j} \right)^* \left(\frac{\partial \xi_s}{\partial x_j} \right)^* + P_m \left(\frac{\partial x_i}{\partial \xi_m} \right)^* = 0 \quad (1)$$

上式中で x_i は物理空間上の座標、 P_m はコントロールファンクション、 $p \neq q, r = s$ である。(1)式中で、*印が付けられた微分量は、従来のような中央差分でなく、計算領域全体の変数を参照して定めた3次スプライン関数を利用して求められる(GCSI)。このため、物理空間と写像空間の座標成分の関係(metric coefficients)が従来の手法より精度良く定められる。写像空間上における単位計算領域は、27個の格子点から構成されていて、圧力と各流速成分はスタガード配置されるものとした。

u_i を直交座標系における流速成分とすれば、写像空間上で解析される運動方程式は次のように表される。

$$\frac{D u_i}{D t} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \xi_m} \frac{\partial \xi_m}{\partial x_i} + \nu \left[\frac{\partial^2 u_i}{\partial \xi_m \partial \xi_n} \frac{\partial \xi_m}{\partial x_j} \frac{\partial \xi_n}{\partial x_j} + P_m \frac{\partial u_i}{\partial \xi_m} \right] = - P G_i + D_i \equiv F U_i \quad (2)$$

上式左辺は、写像空間上におけるラグランジュ微分を表している($D/Dt = \partial/\partial t + U_m \partial/\partial \xi_m$, U_m は流速の反変成分)。時間的・空間的に2次の精度を有するように、上式の全微分に対するテイラー展開を行えば、次の結果が得られる。

$$u_i^{n+1} = u_i^n + \frac{3}{2} F U_i^n \Delta t - \frac{1}{2} F U_i^{n-1} \Delta t + \Delta^3 \quad (3)$$

ここで、上添字は計算ステップ、'と'印はそれぞれ着目する $n+1$ ステップの物理量が、 n および $n-1$ ステップにおいて存在していた上流点位置における物理量を意味する。これらの点 P' と P'' の位置における物理量は、3次元空間中で局所的に分布する64個の物理量から3次スプライン関数を定めて、空間内挿する方法(LCSI)により求められる。その結果、特に移流項は3次風上差分法よりも精度良く評価されるものとなっている。(3)式中で圧力は陰的に扱われ、拡散項 D_i^n は次式により計算される。

$$D_i^n = \nu \left[\left(\frac{\partial^2 u_i}{\partial \xi_m \partial \xi_n} \right)^* \left(\frac{\partial \xi_m}{\partial x_j} \right)^* \left(\frac{\partial \xi_n}{\partial x_j} \right)^* + P_m \left(\frac{\partial u_i}{\partial \xi_m} \right)^* \right] \quad (4)$$

ここで、*印が付けられた微分量は、差分法でなく、GCSIにより計算される。

3. 解析手法の適用性

Bovendeerdら[1]は、90度の曲がり部分を有する、内径8mm、曲がり半径24mmの曲管内において、レイノルズ数700の定常流の流速分布をLDVにより計測した。上記の解析手法を用いて、この曲がり円管内の流動の数値計算を行う。計算領域は、流れの対称性を考慮して曲管の片側部分のみとした。全格子点数は、 $\xi_1 \times \xi_2 \times \xi_3 = 35 \times 21$

$\times 63=46,305$ 、このうちスカラー量が定義された計算点の数は $19 \times 12 \times 33=7,524$ である。

図1に、軸方向流速の変化を比較した結果を示す。図中の角度は、円管の曲がり部分の入口断面を基準としたものである。

図2は、軸に直交する断面内の2次流の流速ベクトルの分布を、実験結果と数値解析結果の間で比較したものである。以上のように、軸方向流速の分布のみならず、曲がり部分における2次流の発達まで実験結果と良く一致する良好な数値解析結果が得られることがわかった。

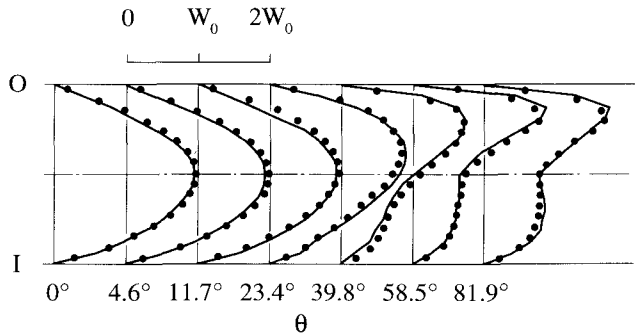


図1 軸方向流速分布(○:実験結果[1], ●:数値解析結果, I=曲がり内側, O=外側, W_0 :断面平均流速)

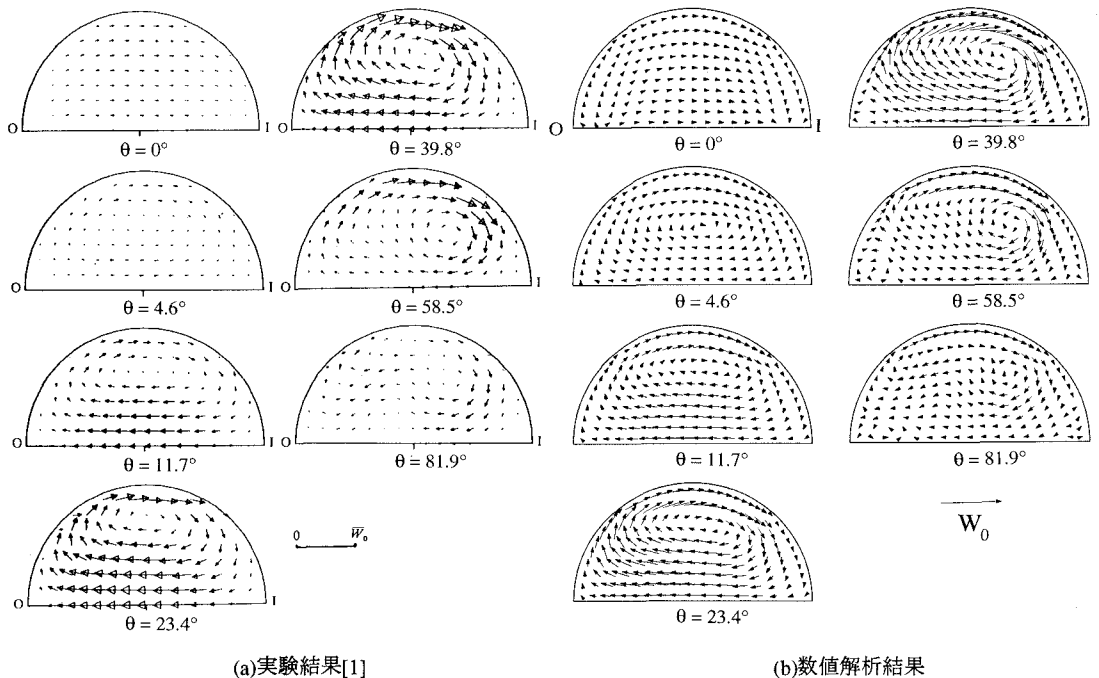


図2 軸に直交する断面内の2次流の流速分布 (I=曲がり内側, O=外側, W_0 :断面平均流速)

4. おわりに
当所では、本数値解析手法を発電所放水路に付属する水理構造物内の流れに適用する予定である。

《参考文献》
[1] Bovendeerd, P. H. M., Van Steenhoven, A. A., Van de Vosse, F. N. and Vossers, G., "Steady entry flow in a curved pipe", J.Fluid Mech., Vol.177, 233-246, 1987.