

## 波状跳水の二、三の特性について

日大院・理工 学 後藤 浩  
日 大・理工 正 安田 陽一  
日 大・理工 正 大津 岩夫

水平水路において射流から常流に遷移する場合、射流のフルード数が1近くで、波状跳水が形成される。従来、波状跳水の形状<sup>1) 2)</sup>、および波状跳水から表面渦を伴う跳水への移行条件<sup>2) 3)</sup>などが提案されているが、実験とは必ずしも一致していない。ここでは、波状跳水の流況、波の高さおよび波長を支配する水理量間の関係を実験的に検討した。また、表面渦を伴う跳水への移行条件について考察を加えた。

実験 実験は、幅B、試験区間長Lの滑面長方形断面水平水路を用いて行った(表1)。実験条件は、 $1 \leq F_1 \leq 3$  ( $F_1 = v_1 / \sqrt{gh_1}$ ;  $F_1$ :フルード数,  $v_1$ :射流の平均流速,  $h_1$ :射流の水深,  $g$ :重力加速度)、 $2.1 \times 10^4 \leq Re \leq 9.3 \times 10^4$  ( $Re = v_1 h_1 / \nu$ ;  $\nu$ :動粘性係数)、 $4.5 \leq B/h_1 \leq 22$  ( $B/h_1$ :アスペクト比; B:水路幅)である。

流況  $F_1 \leq 1.7 \sim 1.9$  の場合、図2(a)に示されるように顕著な波状水面が形成され、下流側遠方まで水面の凹凸が続く。 $1.7 \sim 1.9 \leq F_1 \leq 2.3$  で、跳水始端が、境界層の発達中の領域(developing flow region)(図1)に位置した場合、図2(b)に示されるような一つの定的なwaveが形成され、底面近くで逆流が常に観察される。 $1.7 \sim 1.9 \leq F_1 \leq 2.3$  で、跳水始端が境界層の十分に発達した領域(fully developed flow region)(図1)に位置した場合、図2(c)に示されるように、一波目の山頂部付近の水面には小さな渦が形成され、二、三波目以降から下流側遠方まで水面の凹凸が続く。この水面の凹凸は、不規則で時間的に変化する。なお、跳水始端がゲート直下に位置し、流れがundeveloped flow<sup>6)</sup>の場合、弱跳水<sup>4)</sup>の形成が認められる。

波状跳水の波の高さおよび波長 波状跳水の波の高さおよび波長は次元解析的の考察から次式の関係で示されるものと推論される。

$$h_{max}/h_1, L/h_2 = f(F_1, B/h_1, Re)$$

$$\text{inflow condition or } \delta/h_1 \quad (1)$$

ここに、 $h_{max}$ は一波目山頂部での水深、 $L$ は波長(一波目山頂部から二波目山頂部までの長さ)、 $\delta$ は射流での境界層厚さ、 $h_2 = (\sqrt{8F_1^2 + 1} - 1)/2$ である。

波の高さ

inflow conditionの影響 流況(a)において、与えられた $F_1$ 、 $Re$ 、 $B/h_1$ のもとで、跳水始端が developing flow region に位置した場合と fully developed flow region に位置した場合を比較した一例を図3に示す。図のように  $h_{max}/h_1$  は射流の境界層の発達状態にはよらない。

アスペクト比の影響 流況(a)において、跳水始端が fully developed flow region に位置したとき、与えられた $F_1$ 、 $Re$  のもとで  $B/h_1$  を変化させた場合、 $B/h_1 \geq 4.5$  で  $B/h_1$  の  $h_{max}/h_1$  の対する効果は認められない(図4)。また、流況(b)の場合、 $B/h_1 \geq 5 \sim 6$  で  $B/h_1$  の  $h_{max}/h_1$  の対する効果は認められない(図4)。

レイノルズ数の影響 流況(a)において、跳水始端が fully developed flow region に位置したとき、与えられた $F_1$ 、 $B/h_1$  のもとで  $Re$  を変化させた場合、 $Re \leq 6.5 \times 10^4$  で  $Re$  の  $h_{max}/h_1$  の対する効果は認められない(図5)。また、流況(b)の場合、 $Re \leq 6.5 \times 10^4$  で  $Re$  の  $h_{max}/h_1$  の対する効果は認められない(図5)。

したがって、流況(a)の場合、 $B/h_1 \geq 4.5$ 、 $Re \geq 6.5 \times 10^4$ 、また、流況(b)の場合  $B/h_1 \geq 5 \sim 6$ 、 $Re \geq 6.5 \times 10^4$  で、波高は  $F_1$  のみによって変化し(2)

表-1  
実験水路

B(cm)	L(m)
20	4
40	9
40	15
80	9

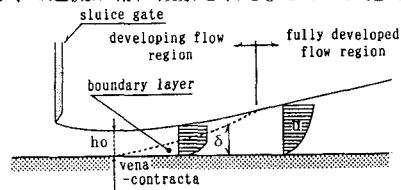


図-1 境界層の発達

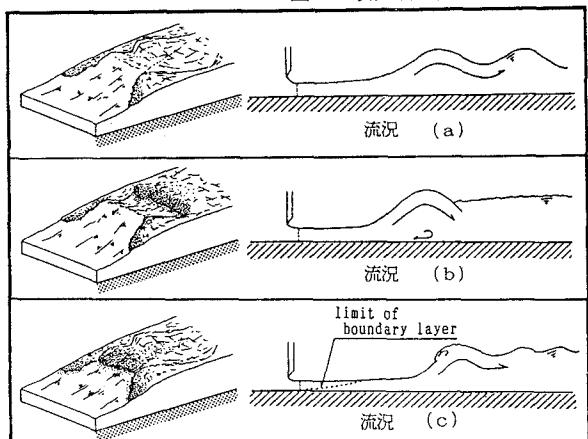


図-2 流況

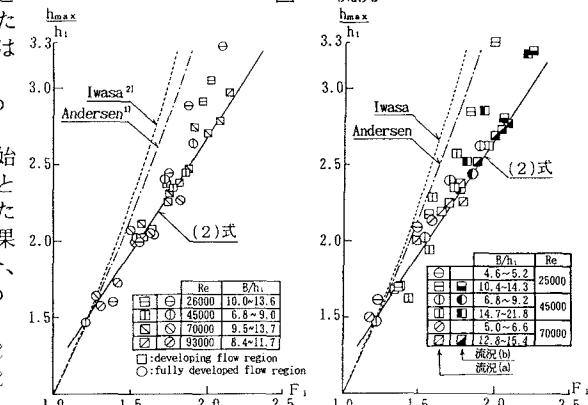


図-3 inflow conditionの影響 図-4 アスペクト比の影響

式(図3~5実線)で示される。

$$h_{\max}/h_1 = 1.5F_1 - 0.35 \quad (2)$$

### 波長

**アスペクト比の影響** 流況(a)において、跳水始端がfully developed flow regionに位置したとき、与えられた $F_1$ 、 $Re$ のもとで $B/h_1$ を変化させた場合の比較の一例を図6に示す。図に示されるように $Re \geq 6.5 \times 10^4$ の場合、波長は $B/h_1$ によらない。なお、この場合、Chanson<sup>6)</sup>による実験値も同様な傾向を示す(図6)。

**レイノルズ数の影響** 流況(a)において、跳水始端がfully developed flow regionに位置したとき、与えられた $F_1$ 、 $B/h_1$ のもとで $Re$ を変化させた場合の比較の一例を図7に示す。図に示されるように $Re \geq 6.5 \times 10^4$ の場合、波長は $Re$ によらない。

**表面渦を伴う跳水への移行条件** 図8に示すように、波状跳水始端と一波目山頂部の水面を通る同一流線上で、損失が無視できるものと仮定すると

$$v_{s1}^2/2g + h_1 = v_{smax}^2/2g + h_{\max} \quad (3)$$

ここに、 $v_{s1}$ は、射流(波状跳水始端)の水面での流速、 $v_{smax}$ は一波目山頂部の水面での流速である。 $v_{s1}$ と同じ断面の平均流速 $v_1$ によって次のように示す。

$$v_{s1} = kv_1 \quad (4)$$

$k$ は、developing flow regionの場合、境界層内の流速分布が $1/7$ 乗則によって示されるので<sup>6)</sup>

$$k = 1/[1 - \delta/8h_1] \quad (5)$$

fully developed flow regionの場合、流速分布が $1/7$ 乗則によって示されるので<sup>6)</sup>

$$k = 8/7 \quad (6)$$

波状跳水一波目山頂部における水面での流速 $v_{smax}$ が、限界流速 $v_c$ (= $q/h_c$ ;  $h_c = \sqrt{q^2/g}$ ;  $h_c$ :限界水深)に達したとき、波状跳水が表面渦を伴う跳水へ移行するものと考えると、(3)、(4)式から(7)式が得られる。

$$k^2 F_1^2 / 2 - F_1^{2/3} / 2 + 1 - h_{\max}/h_1 = 0 \quad (7)$$

表面渦を伴う跳水への移行条件は、跳水始端がdeveloping flow regionに位置した場合、(2)、(5)、(7)式から(8)式の関係で表示される。

$$F_1 = f(\delta/h_1) \quad (8)$$

跳水始端がfully developed flow regionに位置した場合、(2)、(6)、(7)式から $F_1 = 1.786$ が得られる。なお、この $F_1$ の値は、従来、提案されていた値<sup>2) 3)</sup>とほぼ一致している。

(8)式は、Ohtsu and Yasuda<sup>6)</sup>によって提案された $F_0 = (h_1/h_0)^{3/2} F_1$ 、 $h_1/h_0 = f(F_0, Re)$ 、 $h_0/h_0 = f(x/h_0, Re, F_0)$ ( $x$ :縮流部から流下方向への水平長さ、 $h_0$ :縮流部水深、 $F_0$ :縮流部のフルード数)の関係を用いると(9)式の関係で表示される。

$$F_1 = f(x/h_0, Re) \quad (9)$$

(9)式の関係を示した一例を図9(実線)に示す。破線は、跳水始端が fully developed flow regionに位置した場合( $F_1 = 1.786$ )を示す。図のように、与えられた $Re$ に対して跳水始端がdeveloping flow regionに位置した場合、 $x/h_0$ が大きくなるにつれて表面渦を伴う跳水へ移行するフルード数が小さくなることが認められる。なお、実験値は、developing flow regionの場合、流況(b)から弱跳水へ変化する境界を示し、fully developed flow regionの場合、流況(a)から流況(c)へ変化する境界を示す。

### 参考文献

- 1) Andersen, V. M., "Undular Hydraulic Jump", J. of Hyd. Div., ASCE, Vol. 104, No. HY8, 1978
- 2) Iwasa, Y., "Undular Jump and Its Limiting Condition for Existence", Proc. of 5th Japan National Congress for App. Mech., 1955
- 3) Ippen, A. T. and Harleman, R. F., "Verification of Theory for Oblique Standing Waves" Proc. , ASCE, Vol. 80, Vol. 526, 1954
- 4) Chow, V. T., Open Channel Hydraulics, McGraw-Hill Book Co., New York, 1959
- 5) Chanson, H., "Characteristics of Undular Hydraulic Jumps", Res. Rep. No. CE146, Dept. of Civil Engng., Univ. of Queensland, 1993
- 6) Ohtsu, I. and Yasuda, Y., "Characteristics of Supercritical Flow Below Sluice Gate", J. of Hyd. Engng., ASCE, Vol. 120, No. 3, 1994

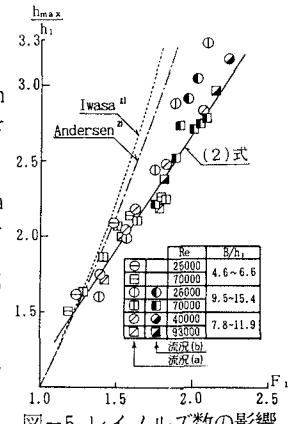


図-5 レイノルズ数の影響

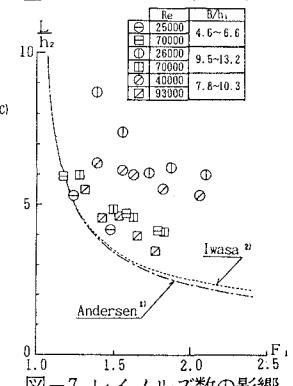


図-6 アスペクト比の影響

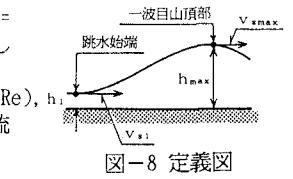


図-7 レイノルズ数の影響

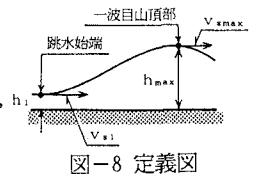


図-8 定義図

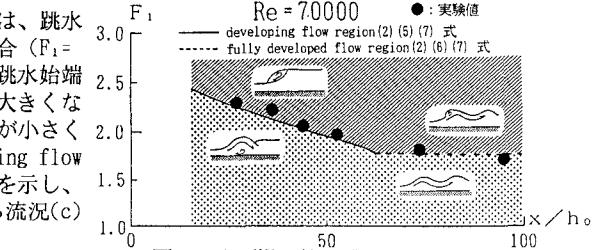


図-9 表面渦を伴う跳水への移行条件