

II-132

二層混合体モデルの積雪内不飽和鉛直浸透への適用に関する研究

石川高専 正○畑 時男 金沢大学 正 矢富 盟祥
金沢大学 正 石田 啓 福井工大 正 宇治橋康行

1. はじめに 積雪内における不飽和鉛直浸透流のモデルとして Colbeck¹⁾が提案した特性曲線法によるモデルがある。しかしこのモデルによれば、浸透流先端部においては wave front が形成されることもあり、浸潤前線の移動に関する解(弱解)を求めることはできず、浸潤前線近傍における別個の連続条件で誘導された式により浸潤前線の伝播速度を与えるという二元性を持っている。さて、本報告は、Colbeck のモデルでは十分に表現できなかった浸潤前線の進行および浸透流出の立ち上がりに関して、新たな観点からこれをより合理的に表現し得る新しいモデルを展開し、このモデルの特性について検討したものである。

2. 二相混合体モデル 本モデルでは、Gurtin and Yatomi²⁾のモデルを参考にし、積雪などの空隙中に存在する水分は図-1に示すように空隙中の移動を阻止され、保持される部分(以下 trapping phase という)とマトリックス間を自由に流下しうる部分(以下 free phase という)で構成されるとする。そして free phase の水分移動は鉛直一次元の不飽和浸透流とし、その運動則としては拡張されたダルシー則に従うものとする。さて今、積雪表面を原点とし、鉛直下向きを x 軸の正方向とする。また、free phase の水分量を θ_f 、trapping phase の水分量を θ_t 、trapping phase に捕捉される速度を σ とし、この時の積雪内における流下フラックスを u とし、2つの相における質量保存則を以下の式で与える。

$$\frac{\partial \theta_f}{\partial t} = -\frac{\partial u}{\partial x} - \sigma \quad (\text{free phase}) \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial \theta_t}{\partial t} = \sigma \quad (\text{free phase}) \quad \dots\dots\dots (2)$$

一方、free phase における運動則は、重力の効果が卓越し、圧力の効果を無視し得ると仮定すると、

$$u = K \theta_f^n \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 θ_f は free phase における水分量であり、 K は free phase における浸透水の移動速度に関する比例係数(速度次元を持つ)、また n は混合体に特有な定数である。また、trapping 速度 σ は free phase および trapping phase の水分量に依存して free phase の水分が捕捉され、trapping phase に加わる部分の σ_{tr} と、trapping phase に保持されていた水分が trapping phase から放出される部分の σ_{re} で構成されるものとする。結局、 σ の構成則は、

$$\sigma = \sigma_{tr} - \sigma_{re} \quad \dots\dots\dots (4)$$

この σ_{tr} および σ_{re} は次式で表現されると仮定する。

$$\sigma_{tr} = \beta \theta_f - \alpha \theta_t \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\sigma_{re} = \gamma(\theta_t) u^m + \sigma_{me} \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここで、 β, α および m は trapping に関する定数であり、 $\gamma(\theta_t)$ は水分移動に伴う trapping phase からの水分放出に関する係数である。また σ_{me} は積雪マトリックスの融解速度である。さて式(3)、(4)、(5)を式(1)、(2)に代入し、さらに $n = 1$ 、 $m = 1$ 、 $\gamma(\theta_t) = \gamma = \text{一定}$ 、 $\sigma_{me} = 0$ と仮定し、かつ $\bar{\beta} = \beta K^{-1} - \gamma$ とおくと、線形近似モデルとして次式を得る。

$$K^{-1} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} + \bar{\beta} u - \alpha \theta_t = 0, \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\frac{\partial \theta_t}{\partial t} - \bar{\beta} u + \alpha \theta_t = 0 \quad \dots\dots\dots (8)$$

式(7)、(8)は u 、 θ_t に関する双曲型の線形連立偏微分方程式である。一方、境界条件は計算結果の検討に用いる実験条件に合わせるため、次のようなステップ関数とする。

$$u(0, t) = [H(t) - H(t - a)]u_0 \dots\dots\dots (9)$$

ここで、 $H(t)$ はステップ関数、 u_0 は積雪試料への流入フラックスであり、 a はその継続時間である。また、初期条件は0と仮定する。この線形モデルに対しては解析解が得られており、解析解中の修正第1ベッセル関数を選点法で近似すると次式ようになる。

$$u(x, t) = \begin{cases} 0 & (t < xK^{-1}) \\ f(x, t) + [G(x, t - x/K) - G(x, 0)]u_0e^{-\beta x} & (xK^{-1} \leq t < xK^{-1} + a) \\ f(x, t) + [G(x, t - x/K) - G(x, t - x/K - a)]u_0e^{-\beta x} & (xK^{-1} + a \leq t) \end{cases} \quad (10)$$

$G(x, t)$ は次式で与えられる。

$$G(x, t) - G(x, 0) = 2\beta x[(C_1 + 4\beta x C_2) \times (1 - e^{-\alpha t}) - 4\alpha\beta x C_2 te^{-\alpha t}] \dots\dots\dots (11)$$

ここで、 $C_1 = 52 / 105$ 、 $C_2 = 8 / 105$ とした。

3. 線形近似モデルによる計算結果 2. で述べた線形近似モデルを積雪試料を対象とした浸透実験に適用してみた。なお、実験の概要については既報³⁾を参照されたい。図-2、図-3は本モデルによる積雪試料からの浸透流出のフラックスの計算値と実験結果を比較したものであり、表-1は各実験例における K 、 α 、 β の値である。計算結果は浸透実験における積雪試料からの流出を十分な精度で再現している。特に、Colbeckのモデルでは満足のいく形で再現できなかった流出の立ち上がりから減衰開始の過程をかなり忠実に再現している。なお、流出立ち上がり以前などの部分での実験値と計算値の違いは、本モデルと実験における試料両端部の流入・流出フラックスの評価法の違い、あるいは簡単のためfree phaseにおける水分の移動を線形近似したこと、また初期値を0と仮定したことなどが考えられる。しかし、これらのことを考慮しても、計算結果を考慮すれば本モデルは変態が進み、ざらめ化した積雪内における融雪水の不飽和鉛直移動現象を定量的に表現し得るものと思われる。なお、本研究は文部省科学研究費補助金・一般研究(B)、04452232の補助を受けて行われたものである。

表-1 K 、 α 、 β の値

	C-1	C-2	C-3	C-4	C-5
K (m/sec)	0.00060	0.00045	0.00070	0.00055	0.00070
α (1/sec)	0.0009	0.0010	0.0015	0.0010	0.0010
β (1/m)	1.5	1.5	1.4	1.4	1.4

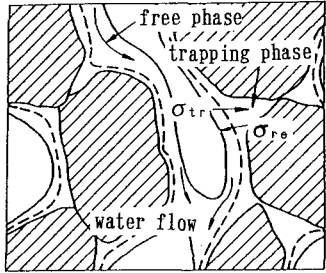


図-1 二相混合体モデルの概念図

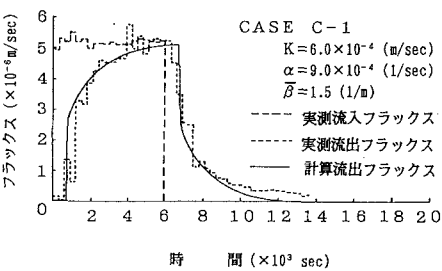


図-2 計算値と実測値の比較（その1）

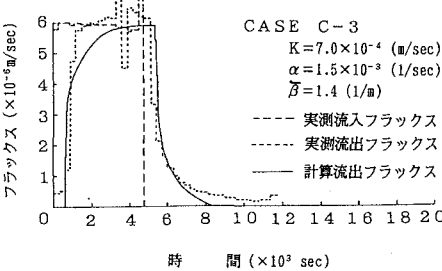


図-3 計算値と実測値の比較（その2）

参考文献

- 1) Colbeck, S.C., *J. of Glaciology*, 11, 1972.
- 2) Gurtin, M.E and Yatomi, C., *J. of COMPOSITE MATERIALS*, vol.13, 1979.
- 3) 畑 時男, 高瀬信忠, 土木学会論文集, 第423号/II-14, 1990.