

II-98

植生の組織的変形による植生層構造の変化に着目した穂波の不安定解析

京都大学工学部 正員 北村忠紀
金沢大学工学部 正員 辻本哲郎
京都大学工学部 正員 中川博次

1. まえがき 河床に柔軟な植生層を伴う流れでは、植生の組織的変形が下流方向へ伝播する穂波現象の存在が報告されており^{1), 2)}、著者ら^{3), 4)}も穂波現象が流れに及ぼす影響といった観点から検討を進めている。模擬植生を用いた水路実験において、水路側壁から穂波現象をよく観察すると、植生の組織的変形は植生層厚、植生密生度の空間変化をもたらすことがわかり、穂波の出現した植生層を伴う流れの変化はこうした植生層の非均質性を考慮することでかなり説明できる³⁾。本研究では、組織的変形に伴って植生層の構造が非均質となることが穂波の形成に対して支配的であると考え、線形不安定解析の手法によって穂波の形成を説明しようとするものである。穂波の形成に関する相互作用系は図1のように表されると考えた。なお前報⁵⁾で植生層厚の変化のみを考慮した解析を行っているが、本報では植生密生度の空間変化を考慮している点が異なっており、さらに解析を若干修正している。

2. 植生の組織的な変形によって決まる植生層の構造 簡単のため、個々の植生の変形は剛体棒の下部を中心とした回転運動で表現されるものとし、組織的変形を次のように書く。

$$\psi_0 = a \sin(\kappa^* x^* - \omega^* t^*) \quad (1)$$

ここで、 $\psi_0 = \theta'/\theta_0$ 、 θ_0 ：植生の平均傾き角、 θ' ：植生の傾き角の振動分、 a ： ψ_0 の振幅であり時間の関数、 $x^* \equiv x/h$ 、 $t^* \equiv tU_m/h$ 、 $\kappa^* \equiv 2\pi/L^*$ 、 $L^* \equiv L/h$ 、 L ：組織的変形の波長、 $\omega^* \equiv \omega h/U_m$ 、 ω ：組織的変形の角周波数、 h ：水深（路床から測られた水深）、 U_m ：断面平均流速である。このとき、植生の組織的変形は図2のように模式的に書かれる。植生密生度（単位体積あたりの植生の水流に対する遮蔽面積）は、 $\lambda \equiv D/s_1 s_2$ （ここで、 D ：植生の直径、 s_1, s_2 ：それぞれ流下方向、横断方向への個々の植生の間隔である）で表現され、穂波現象を鉛直2次元での現象であるとする、 s_2 は一定（ s_{20} ）で、 s_1 は空間的に変化し（ $s_1 \approx s_{10} + s_1'$ ）、 $\lambda \equiv \lambda_0(s_{10}/s_1)$ と書かれる。図3は λ の空間的変化の例を示したものである（図中、 $H_L^* \equiv H_L/h$ 、 H_L ：植生長さ、 $\Omega_0 \equiv C_D H_L \lambda_0$ ； C_D ：植生の抗力係数である）。

3. 組織的変形による非均質な植生層を伴う流れ場の推定 ここでは、図2に示されるような植生層厚、植生密生度が空間的に変化する流れ場を植生による形状抵抗を考慮した $k-\varepsilon$ モデルによる数値計算によって推定した。基礎式の定式化、数値計算手法についてはほぼ清水ら⁶⁾に従っているが、植生が傾くことによる抗力の変化を考慮するため、植生による形状抵抗の項を若干修正した。計算領域は植生の組織的変形の1波長分とし、計算領域の上下流端で周期境界条件を課した。また各メッシュごとに植生密生度の変化を考慮した。図4は主流速 U についての計算結果を断面平均流速 U_m で無次元化してコンター表示した例であるが、植生層の不均一により主流が歪まされることがわかる。ここで個々の植生に働く流体力を決 y^* 定する代表流速 U_{ref} として、平均的な植生高さ（ $y^* = H_L^* \sin \theta_0$ 、 $y^* \equiv y/h$ ）の位置での主流速を用いるとすると、その非擾乱値からの振動分 $\psi_0 \equiv U_{ref}/U_{ref0}$ は図5に示されるようである。図より ψ_0 は流下方向にほぼ波状に変化するが、植生の組織的変形に対して、ある振幅倍率と位相遅れを持つ。ここでは ψ_0 の流下方向変化を次式のように線形近似して表現する。

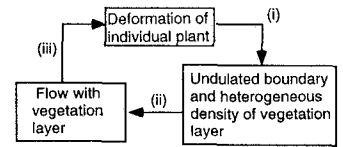


図1 穂波の形成に関する相互作用系

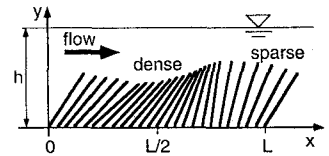
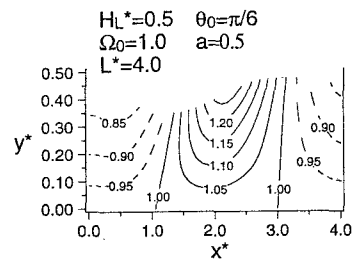


図2 植生の組織的変形



$$\psi_U = r_U a \sin(\kappa^* x^* - \omega^* t^* - \phi_U) \quad (2)$$

ここで、 r_U ： ψ_0 の振幅に対する ψ_U の振幅の比、 ϕ_U ： ψ_0 に対する ψ_U の位相差であり、図5より $\psi_U(x)$ がゼロクロスする位置から求めた。図6は Ω_0 （ $\equiv C_D H_L \lambda_0$ ）、 θ_0 、 H_L^* を一定とし、組織的変形の波長をいくつか変えて計算した結果を $\kappa^* \sim r_U \sin \phi_U$ 、 $r_U \cos \phi_U$ 関係として整理したものである。

4. 植生変形モデルと擾乱の不安定性 個々の植生に働く流体力 F に対する植生変形の応答は次式で表現するものとする。

$$M \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} + C \frac{\partial \theta}{\partial t} + K \theta = F = \frac{1}{2} \rho C_D D U_{\text{ref}}^2 \quad (3)$$

ここで、 M ：植生の質量（水中では付加質量も含む）、 K ：等価バネ定数、 C ：減衰定数である。 F に擾乱がない場合、または F が流下方向に一定の場合、式(3)は平均的な植生の変形角 θ_0 を与え、 θ_0 は次のようになる。

$$\theta_0 = \beta \Omega_0 (\alpha^2 / H_L^*) U_{\text{ref}}^2 \quad (4)$$

ここで、 $\alpha \equiv U_m / (\omega_0 h)$ ：平均流と植生固有の振動の時間スケールの比、 $\omega_0 = \sqrt{K/M}$ ：植生の固有振動数、 $\beta = \rho_{s10} s_{20} H_L / 2M$ 、 $U_{\text{ref}}^* = U_{\text{ref}} / U_m$ であり、添字の0は非擾乱値を表す。流れが空間的に変化し、植生に作用する流体力が $F = F_0 + F$ のように変動する時、植生の変形も同様に $\theta = \theta_0 + \theta'$ のように変動する。これらを式(3)に代入して線形化すると次式が得られる。

$$\alpha^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^{*2}} + 2\zeta_0 \alpha \frac{\partial \psi}{\partial t^*} + \psi_0 = \psi_F \quad (5)$$

$$\psi_F = 2r_U a \sin(\kappa^* x^* - \omega^* t^* - \phi_U - \phi_F) \quad (6)$$

ここで、 $\psi_F \equiv F'/F_0$ 、 $\zeta_0 = C/(2M\omega_0)$ ：無次元減衰率である。また、位相差 ϕ_F は植生の幾何形状を考慮することから次式で与えられる。

$$\phi_F = -H_L^* \kappa^* \sin \theta_0 \quad (7)$$

さて、 $a(t)$ を次式のように仮定する。

$$a(t) = a_0 \exp(i\gamma t) \quad (8)$$

ここで、 a_0 ：擾乱の初期振幅である。このとき、式(1)、(5)、(6)、(8)から若干の演算の後、擾乱の周波数、増幅率に関する次式が得られる。

$$\alpha \omega^* = \pm \sqrt{\frac{-[\zeta_0^2 - (1-B)] + \sqrt{[\zeta_0^2 - (1-B)]^2 + A^2}}{2}} \quad (9)$$

$$\alpha \gamma = \frac{A}{2\alpha \omega^*} - \zeta_0 \quad (10)$$

$$A = 2r_U \sin(\phi_U + \phi_F) = 2r_U [\sin \phi_U \cos \phi_F + \cos \phi_U \sin \phi_F] \quad (11)$$

$$B = 2r_U \cos(\phi_U + \phi_F) = 2r_U [\cos \phi_U \cos \phi_F - \sin \phi_U \sin \phi_F] \quad (12)$$

式(10)において、 $\gamma > 0$ のとき擾乱は不安定となり成長する。すなわち穂波が形成される。図7は $\zeta_0 - \kappa^*$ 平面における $\alpha \omega^*$ の絶対値、図8は $\alpha \gamma$ 値（ $\alpha \omega^*$ の符号が正のものに対してのみ示す。ここで示す植生、水理条件では、常に $A > 0$ であり、 $\alpha \omega^*$ の符号が負のものは必ず安定となる。）をそれぞれ示したものであり、擾乱の不安定領域が示される。

5. あとがき 柔軟な植生では、個々の植生の変形が植生層厚、密生度の変化をもたらし、それが流れに、さらに植生の変形にフィードバックされる。この相互作用系の不安定の結果として穂波の形成が説明された。

参考文献 1) 室田・福原：水講，28，1984。2) 池田・金沢：水講，38，1994。3) 長崎・辻本：年講，49，1994。4) 北村・藤井・中川：年講，48，1993。5) 北村・辻本：年講，47，1992。6) 清水・辻本・中川：土論，447/II-19，1992。

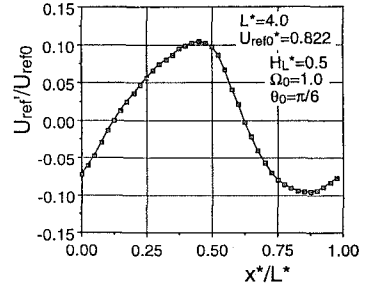


図5 代表流速の流下方向変化

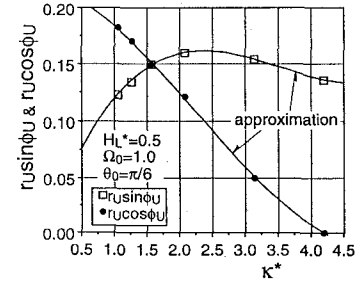


図6 $r_U \sin \phi_U$ 、 $r_U \cos \phi_U$ と κ^* の関係

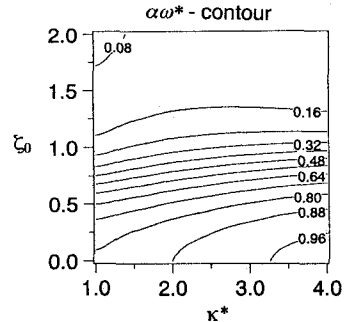


図7 擾乱の無次元周波数

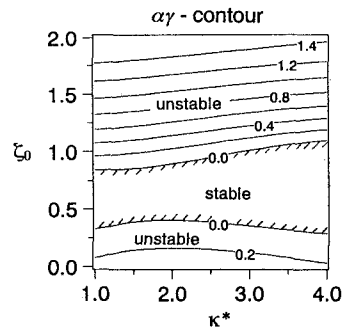


図8 擾乱の不安定領域