

II-64 ARMAモデルによる渇水期日流量の予測

名古屋工業大学大学院 学生員 ○鈴木祐一
名古屋工業大学 正会員 長尾正志

1. はじめに 本研究は渇水期日流量にARMA(自己回帰移動平均)モデルを当てはめ、各期間の特性の検討、予測モデルの有用性の評価、階差を用いた場合¹⁾と用いない場合の比較、ARモデル²⁾との対比を行う。データには牧尾ダム(1969-1991)の11月から3月の日流入量を用い、月ごと(11~3月の5ケース)、渇水期(11~3月, 12~2月をそれぞれ統合した2ケース)についてモデル化を行う。なお、あらかじめデータはBox-Cox変換³⁾により正規化しておき、ARMAモデルの係数の次数 m, ℓ を決定する際の評価基準にAICを用いる。
2. ARMAモデル 時系列 $\{Y_n\}$ を過去の観測値 $\{Y_{n-i}\} (i=1, 2, \dots)$ と標準正規分布に従う白色雑音 $\{V_n, V_{n-i}\}$ の線形和で表現した次式の (m, ℓ) 次のモデルを用いる。

$$Y_n = \sum_{i=1}^m A_i Y_{n-i} + V_n - \sum_{i=1}^{\ell} B_i V_{n-i}$$

ここで、 A_i :AR(自己回帰)係数, B_i :MA(移動平均)係数, m :AR係数の次数, ℓ :MA係数の次数³⁾である。

3. 計算方法 以下の手順で計算、検討を行う。

- ① 時系列データ $\{Y_n\}$ を正規分布に近似するために、Box-Cox変換³⁾を適用して、次式により正規変量 $\{Z_n\}$ に変換する。ただし λ は変換のパラメータであり、その最適値はAICを用いて選定する。
 $\lambda \neq 0$ のとき $Z_n = \lambda^{-1}(Y_n \lambda - 1)$, $\lambda = 0$ のとき $Z_n = \log Y_n$ ただし、 $Y_n > 0$
- ② 偏自己相関係数に基づいて、次式の後方階差における最適な次数 k を選定する¹⁾。なお選定された階差は11月は階差無し、3月と渇水期(12月~3月)は1次と3次、他の期間は1次の階差である。
 $\nabla^{(k)} Z_n = \nabla^{(k-1)} Z_n - \nabla^{(k-1)} Z_{n-1} \quad (k=1, 2, \dots)$, ただし、 $\nabla^{(1)} Z_n = Z_n - Z_{n-1}$
- ③ 評価基準AICにより、データ $\{Z_n\}$, $\{\nabla^{(k)} Z_n\}$ に対する最適なARMAモデルを推定する。なお、各係数の次数 m, ℓ の上限は、ARモデルでモデル化した結果²⁾を参考にしてただか3次とする。
- ④ 各係数の次数 (m, ℓ) 、データ $\{Z_n\}$ と最適モデルとの重相関係数より、期間ごとの特性、モデルによる予測可能性、階差の有無による対比、ARモデルとの比較を行う。

4. 結果と考察

(1) 階差無しのARMAモデル 各月における最適モデルの次数 (m, ℓ) を表1に示す。各月ともAR係数のみのモデルが多く、約7割を占める。月ごとにみると、2月で $(2, 0)$ 次、他の月で $(1, 0)$ 次で最も頻度が高い。また2月では $(2, 0)$ 次について $(3, 0)$ 次が多く、逆に12月ではMA係数をもつモデルが半数程度見られる。次に、渇水期(11~3月, 12~2月)を含め

表1 各月における最適モデルの次数 (m, ℓ)

		→ ℓ									
		NOV	0	1	2	3	DEC	0	1	2	3
↓ m	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	1	7	2	0	1	1	7	3	0	0	1
	2	5	1	1	0	2	3	0	0	1	2
	3	4	1	0	1	3	4	2	1	2	3
		JAN	0	1	2	3	FEB	0	1	2	3
↓ m	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
	1	9	3	1	1	1	10	2	2	1	1
	2	1	0	1	2	2	3	0	0	0	0
	3	1	1	0	3	3	1	0	0	2	2

○は最大頻度となる組み合わせ

た各期間の次数 (m, ℓ) の各統計量(最大頻度、平均、変動係数、歪係数)を表2に示す。各期間で最も頻度の高い次数は2月で $(2, 0)$ 次、渇水期(11~3月)で $(2, 2)$ 次、他の期間で $(1, 0)$ 次となる。また次数を平均すると2月で $(2, 0)$ 次、3月で $(1, 1)$ 次、他の期間で $(2, 1)$ 次が選択される。最大頻度次数と平均次数より、各期間ともAR係数で1または2次、MA係数で0または1次程度の低い次数のモデルが最適モデルといえる。また各期間とも m に比べて ℓ では変動係数、歪係数に大きな差

をもつ次数が出現する。次にモデルの適合性をみるために、データと最適モデルとの重相関係数をとり、その平均と変動係数を表3に示す。表3より、月ごとの重相関係数はほぼ0.6~0.7になり、適合性はほぼ同程度である。渇水期統合の重相関係数は0.7~0.8程度となり、ともに月ごとの重相関係数より大きい。また、変動係数は渇水期統合の方が月ごとより小さく、また月ごとではほぼ同程度となる。

表2 各期間の次数(m, ℓ)の各統計量

	NOV	DEC	JAN	FEB	MAR	N-M	D-F
最大頻度 m	1	1	1	2	1	2	1
ℓ	0	0	0	0	0	2	0
平均 m	1.8	1.9	1.6	1.9	1.3	1.6	1.7
ℓ	0.5	0.7	1.1	0.8	0.7	1.2	0.8
変動係数 m	0.5	0.5	0.5	0.5	0.6	0.5	0.5
ℓ	1.8	1.5	1.1	2.3	1.6	0.8	1.3
歪係数 m	1.6	1.2	2.0	1.9	3.3	1.7	1.6
ℓ	4.8	3.4	1.6	1.6	3.0	2.0	3.0

表3 データと最適モデルとの重相関係数

	NOV	DEC	JAN	FEB	MAR	N-M	D-F
平均	.65	.69	.66	.63	.63	.72	.78
変動係数	.30	.34	.28	.36	.35	.25	.18

(2) 階差を考慮したARMAモデル 各月における最適モデルの次数(m, ℓ)を表4に示す。ただし、11月は階差をとらないので階差無しと同じになっている。月ごとにみると、12月で(0, 0)次、1, 2月で(0, 1)次、3月で(0, 3)次が最も頻度が高い。1次階差をとった12~2月ではAR係数が0次のモデルが多く、3月ではMA係数が3次のモデルが多い。

さらにデータと最適モデルとの重相関係数の平均、変動係数を表5に示す。月ごとでみると、3月の平均だけか0.75と他の月より大きい。他の11~2月ではほぼ同程度の大きさである。また渇水期統合が階差無しの場合と同様に月ごとより重相関係数が多い。階差の有無で重相関係数を比べると、階差を導入した場合の方が多少大きい。変動係数は3月、渇水期統合(11~3月および12~2月)で小さくなる。

表5 データと最適モデルとの重相関係数

	NOV	DEC	JAN	FEB	MAR	N-M	D-F
平均	.65	.69	.69	.62	.75	.78	.78
変動係数	.30	.38	.20	.37	.16	.12	.19

表4 各月における最適モデルの次数

	DEC	0	1	2	3	JAN	0	1	2	3
ℓ	0	10	4	2	3	0	5	6	3	2
$\downarrow$	1	0	2	1	0	1	0	2	2	0
m	2	0	0	1	0	2	1	1	0	1
3	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0
	FEB	0	1	2	3	MAR	0	1	2	3
0	7	9	4	0	0	0	0	1	0	9
1	1	0	1	1	1	1	0	0	0	3
2	0	0	0	0	0	2	0	3	0	1
3	0	0	0	0	0	3	1	2	1	2

(3) モデルの予測可能性 重相関係数が各月で0.6~0.7程度、渇水期統合で約0.8であり、ある程度の予測有用性は期待できよう。

(4) ARモデル²⁾との比較 ARモデルでは a) 最適モデルは1, 2次の低い次数、b) データと最適モデルの重相関係数はほぼ0.6程度 という結果になった。これより、① 最適モデルではARモデル、ARMAモデルともに低い次数になる。② 移動平均項、階差の導入により、重相関係数は大きくなり、適合性は向上する。

5. まとめ

- ① 階差無しモデルではAR係数で1, 2次、MA係数で0, 1次の低い次数のモデルが最適となる。
- ② データとモデル間の重相関係数は、各月ではほぼ同程度で、また渇水期統合の方が各月に比べて大きい。
- ③ 階差を導入すると各係数の次数の傾向が変わり、若干重相関係数が大きくなる。
- ④ 移動平均項や階差の考慮により、ARモデルに比べて重相関係数が大きくなり、適合性がよくなる。
- ⑤ データとモデル間の重相関係数より、ある程度将来流況の予測の可能性が期待できる。

参考文献

- 1) A Graphical Statistical System (Time Series Analysis), IBM, 1992, pp. 21-22, pp. 63-68.
- 2) 鈴木祐一他: 学会中部支部, 1994, II-67.
- 3) 北川: 時系列解析プログラミング, 岩波, 1993, pp. 94-96, pp. 233-237