

I-790 部分荷重を受ける多層円筒の衝撃応答解析

阪神高速道路公団 正員 松村 弘
 大阪市立大学工学部 正員 小林 治 俊
 大阪市立大学工学部 正員 園田恵一郎

1. はじめに 異種材料からなる合成円筒は工学的用途に種々用いられているが、衝撃荷重を受ける際の動的挙動は応力波の伝播を伴う現象であるために十分には明らかにされていない。著者ら[1]は、先に、内外層が鋼、中間層がコンクリートよりなる軸対称3層円筒の応答特性を示したが、本研究は部分荷重を受ける場合の動特性を検討する。解析手法としては固有関数展開法（モード法）[1,2]を採用した。

2. 衝撃応答解析 図1に3層円筒の座標系を示した。円筒は等方性平面ひずみ状態にあるものとする、変位で表した運動方程式は物体力が無い場合、 i 層($i=1, 2, 3$)において次式ようになる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 u_i}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_i}{\partial r} - \frac{u_i}{r^2} + \frac{\nu_i}{1-\nu_i} \left(\frac{1-2\nu_i}{2\nu_i} \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_i}{\partial \theta^2} - \frac{3-4\nu_i}{2\nu_i} \frac{1}{r^2} \frac{\partial v_i}{\partial \theta} + \frac{1}{2\nu_i} \frac{1}{r} \frac{\partial^2 v_i}{\partial r \partial \theta} \right) &= \frac{\ddot{u}_i}{c_{1i}^2} \\ \frac{\partial^2 v_i}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_i}{\partial r} - \frac{v_i}{r^2} + \frac{2(1-\nu_i)}{1-2\nu_i} \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_i}{\partial \theta^2} + \frac{3-4\nu_i}{1-2\nu_i} \frac{1}{r^2} \frac{\partial u_i}{\partial \theta} + \frac{1}{1-2\nu_i} \frac{1}{r} \frac{\partial^2 u_i}{\partial r \partial \theta} &= \frac{\ddot{v}_i}{c_{2i}^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 (u_i, v_i) は (r, θ) 方向の変位、 c_{1i} 、 c_{2i} は縦波、横波の速度、 ν_i はポアソン比、ドット $(\dot{})$ は時間微分を表す。

円筒外周に衝撃荷重 $f(t)q(\theta)$ が作用するものとし、内外周の境界条件および各層間の連続条件を記せば、

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{r1} &= 0, \tau_{r\theta 1} = 0 & (r=a) \\ \sigma_{r1} &= \sigma_{r2}, \tau_{r\theta 1} = \tau_{r\theta 2}, u_1 = u_2, v_1 = v_2 & (r=a_1) \\ \sigma_{r2} &= \sigma_{r3}, \tau_{r\theta 2} = \tau_{r\theta 3}, u_2 = u_3, v_2 = v_3 & (r=a_2) \\ \sigma_{r3} &= -f(t)q(\theta), \tau_{r\theta 3} = 0 & (r=b) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

(1)式の解は静的解 $u_i^s = (u_i^s, v_i^s)$ と擾乱解 $u_i^d = (u_i^d, v_i^d)$ の和として次のように表す。

$$u_i(r, t) = f(t)u_i^s(r) + u_i^d(r, t), \quad u_i^d(r, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} Q_{nm}(t) U_{nmi}(r) \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 $r = (r, \theta)$ 、 $Q_{nm}(t)$ は未定の時間関数、 $U_{nmi} = (U_{nmi}, V_{nmi})$ は固有関数。(3)式を(1)式に代入し、固有関数の直交性等を利用すると $Q_{nm}(t)$ に関する2階の微分方程式を得る。

$$\ddot{Q}_{nm}(t) + p_{nm}^2 Q_{nm}(t) = \ddot{f}(t) Z_{nm}, \quad Z_{nm} = -\frac{1}{N_{nm}^2} \sum_{i=1}^3 \int_{-\pi}^{\pi} \int_{a_{i-1}}^{a_i} \rho_i (u_i^s U_{nmi} + v_i^s V_{nmi}) r dr d\theta \dots\dots\dots (4)$$

ただし、 N_{nm} はノルム、 p_{nm} は固有円振動数、また $a_0 = a$ 、 $a_3 = b$ である。(4)式の解はDuhamel積分で与えられ、初期条件を考慮することにより解が確定する。

3. 数値計算結果 円筒の層厚比は $a/b = 0.5$ 、 $a_1/b = 0.55$ 、 $a_2/b = 0.95$ とした。荷重は空間的には荷重幅 $\beta = 0.1(5.7^\circ)$ および $0.3(17.2^\circ)$ の部分等分布荷重であり、時間的にはステップ状、指数関数状、矩形パルス状の3種の衝撃荷重を取り扱い、衝撃を受ける前の円筒は静止しているものとした。用いた級数解の項数は収束性を考慮して $(n, m) = (100, 600)$ としている。なお、時間は無次元時間 $\tau = c_{12}t/b$ を用いる。

図2はステップ荷重を受ける場合の応力 σ_θ の応答曲線であり($\theta = 0$)、応力波の到達とともに各着目点での応答が始まり、時間の経過とともに内周で大きな引張応力が生じている。同じ着目点では $\beta = 0.3$ の場合が 0.1 の場合と比べて大きな応力が発生している。ステップ荷重であるから各応答は静的解を中心とした応

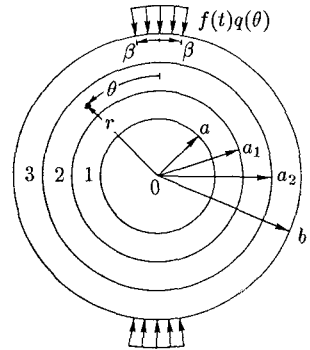
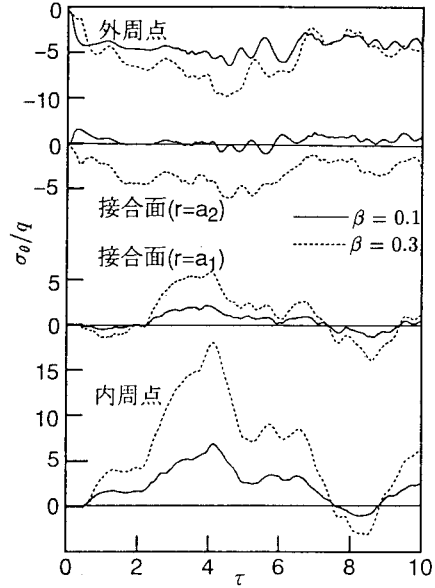
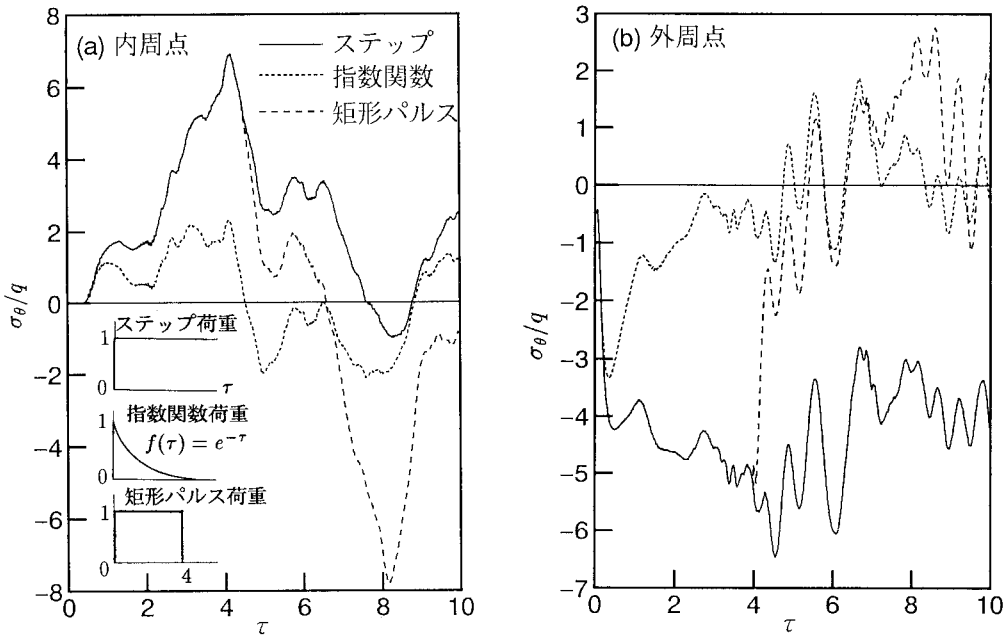


図1 3層円筒の座標系

答であるが、その動的応答倍率は内周では $\beta = 0.3$ の場合 2.65, 外周では 1.68 であり、円筒特有の特性値となっている。図 3 は荷重の時間関数が異なる場合の (a) 内周, (b) 外周における応力 σ_θ の応答曲線であり、荷重幅は $\beta = 0.1$ の場合である。3種類の荷重が作用する場合を比較してみると次のことが分かる。内周ではステップ荷重、矩形パルス荷重が作用する場合に最も大きな引張応力を生じ、また矩形パルス荷重は大きな圧縮応力を生じさせる。外周ではステップ荷重が作用する場合に最も大きな圧縮応力を生じ、矩形パルス荷重、指数関数荷重はともに引張応力を生じさせるが矩形パルス荷重による方が大きい。内周、外周ともにステップ荷重では静的解を中心とした応答を示すが、指数関数では荷重の減少、矩形パルスでは除荷を伴うために、この2つの荷重に対しては0を中心とした応答を示していることが分かる。


 図 2 σ_θ の応答曲線（ステップ荷重）

 図 3 荷重の時間関数が異なる場合の σ_θ の応答曲線 ($\beta = 0.1$)

4. おわりに 多層円筒の衝撃応答解析への固有関数展開法を述べ、内外層が鋼、中間層がコンクリートよりなる3層円筒の動特性につき若干の数値例を示した。

- 参考文献 [1] 小林, 松村, 石丸, 園田: 構造工学論文集, Vol. 39A, pp. 1485-1492, 1993.
 [2] Pawlik, P.S. and Reismann, H.: Journal of Applied Mechanics, Vol. 32, pp. 725-730, No.3, 1973.