

北海道大学工学部	学生員 斉藤 知秀
北海道大学工学部	正 員 三上 隆
開発局土木研究所	正 員 佐藤 昌志
北海道大学工学部	正 員 佐伯 昇
釧路工業高等専門学校	正 員 芳村 仁

1. はじめに

本研究は、任意支持条件の円形アーチが面内に衝撃荷重を受ける場合の動的挙動をせん断変形・回転慣性の影響を考慮したアーチ理論に基づいて明らかにしようとするものである。

円形アーチは、その優れた特性のため、多くの工学分野で使用されている。そのため基本的な動的特性の情報を提供する面内振動の問題は、古くから数多くの研究がなされているが、衝撃問題に対しては、非常に少なく¹⁾、衝撃応答特性は十分に解明されたとは、言い難い。また衝撃問題、特に応力波の伝播を考慮する必要のある初期応答の解明には、せん断変形・回転慣性の影響が大きいことが知られているが、これらを考慮した研究は見当たらないようである。

2. 基礎方程式

基礎式には、Morley²⁾によるものを採用する。中立軸の曲率半径がRの一樣なアーチを考える。周方向の座標を $S(=R\theta)$ 、開き角を α で表す。基礎方程式は以下で与えられる。

$$\frac{\partial Q_x}{\partial \theta} + N = \rho AR(1+k^2) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + P_u \dots \dots \dots (1. a)$$

$$\frac{\partial N}{\partial \theta} - Q_x = \rho AR \left[(1+k^2) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + k_1^2 R \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} \right] + P_w \dots \dots \dots (1. b)$$

$$\frac{\partial M_y}{R \partial \theta} + Q_x = \rho AR \left[k_1^2 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + k_2^2 R \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} \right] + P_\varphi \dots \dots \dots (1. c)$$

ここで ρ は密度、Aは断面積、uは半径方向変位、wは接線方向変位、 φ は曲げのみによる回転角である。また P_u および P_w はそれぞれ、半径方向および接線方向の作用荷重である。

k^2 , k_1^2 および k_2^2 は次式で定義される無次元量である。

$$k^2 = -(1/A) \iint_A \eta dA, \quad k_1^2 = -(1/A) \iint_A \eta(1-\eta) dA, \quad k_2^2 = (1/A) \iint_A \eta^2(1-\eta) dA \dots \dots \dots (2)$$

ここで $X = R\eta$ は中立軸から半径方向に測った長さであり、中立軸は式(3)より定められる。

またせん断力 Q_x 、軸力N、曲げモーメント M_y は式(4. a), (4. b), (4. c)で表せる。

$$\iint_A \eta / (1-\eta) dA = 0 \dots \dots \dots (3)$$

$$Q_x = \kappa GA \left(\frac{w}{R} + \frac{\partial u}{R \partial \theta} - \varphi \right) \dots \dots \dots (4. a)$$

$$N = EA \left(\frac{\partial w}{R \partial \theta} - \frac{u}{R} \right) \dots \dots \dots (4. b)$$

$$M_y = EARK^2 \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} \dots \dots \dots (4. c)$$

ここでE=弾性係数、G=せん断弾性係数、 κ =せん断補正係数である。

3. 数値解析例

解析モデルとして図-1のような両端が固定支持された深いアーチ、浅いアーチの2パターンの円形アーチを

考え、断面の細長比 S_y ($S_y^2 = AR^2/I$) を10, 50の2パターンを考え、計4パターンをモデルとする。荷重条件は、スパン中央に対称に各ケースとも幅 $H/4$ に荷重することとする。荷重条件としては時間によらず一定のstep荷重を考える。ここで、空間の離散化には選点法を、時間の離散化にはNewmark法を採用する。

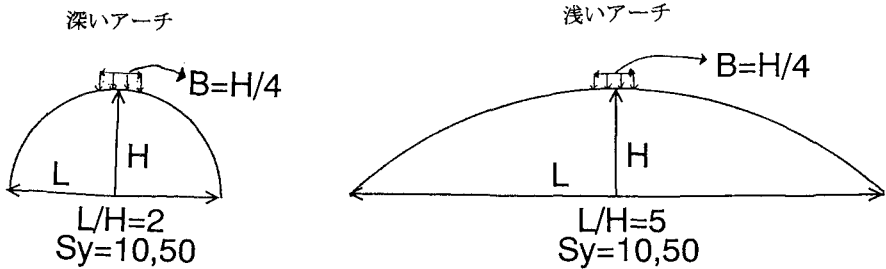


図-1 解析モデル

ここでは、スパン中央における軸方向変位(たわみ) u と曲げモーメント M_y 、また固定端における曲げモーメント M_y と軸力 N を考察することとし、今は一例として図-2と図-3に細長比 $S_y=50$ における固定端での曲げモーメント M_y と固定端での軸力 N の衝撃挙動を示すこととする。各図にある添字0は静的な解析によるものである。横軸 τ は無次元化された時間とそれぞれの基本周期との比でありそれぞれ基本周期の2周期分までである。

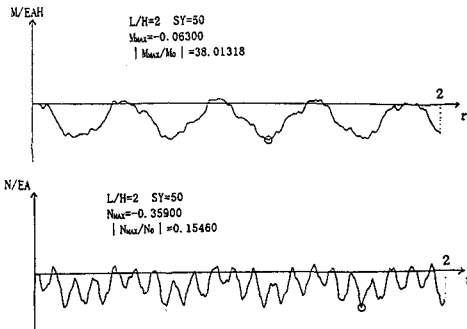


図-2 深いアーチ

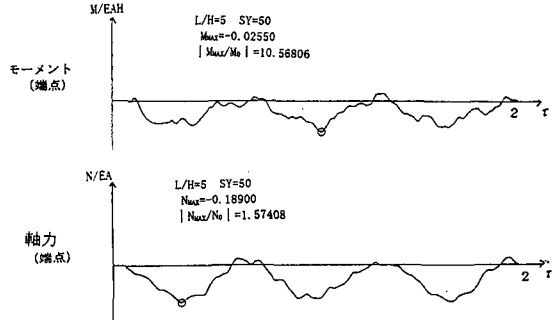


図-3 浅いアーチ

あとがき

今回、荷重条件はスパン中央に対称であったが、モードは細長比やスパン長とライズの比によって大きく影響を受けるので今後は、荷重の載荷位置や荷重の時間的分布を変えた解析を行い、また支持条件やせん断補正係数なども変えてみてアーチの衝撃特性を検討したい。

参考文献

- 1) 松本浩之、中原一郎、小林暁：集中衝撃荷重を受ける両端回転自由の円弧はり、日本機械学会論文集(A編)、47巻415号、PP. 313-320、昭和56年
- 2) L.S.D.Morley: Elastic waves in a naturally curved rod, Quarterly Journal Mechanics and Applied Mathematics, Vol.14, PP.155-172, 1961.