Ⅰ-777　高速ラプラス逆変換を用いた骨組構造物の衝撃応答解析

長崎大学　工学部　学生員　○揚野一隆
長崎大学　工学部　正　員　松田　浩
長崎大学　工学部　正　員　森田千尋
長崎大学　工学部　正　員　崎山　毅
大日本コンサルタント(株) 正　員　川神雅秀

1．まえがき

梁、アーチ、曲線梁などの骨組構造物の衝撃応答解析は、モード法、差分法、ラプラス変換を用いる方法[1)2)]等の解法を用いて行われている。ラプラス変換を用いる方法では、実際の過渡応答を求めるために、ラプラス逆変換を行って得られた結果を時間領域に戻す必要がある。本研究では、構造物の支配方程式を時間に関してラプラス変換した後、離散的近似解法に基づく解析手法を用いてラプラス変換領域での離散解を求め、それを数値的に逆変換することにより衝撃応答解析を行った。数値ラプラス逆変換には、細野[3)]によって開発されたFILT(Fast Inversion of Laplace Transform)を用いた。

2．骨組構造物の運動方程式および離散的一般解

まず、Timoshenko梁の場合の運動方程式および $\tau=\beta t$ なる無次元時間を導入し、τに関してラプラス変換した運動方程式は次のようになる。

〈Timoshenko梁の運動方程式〉

$$\frac{\partial Q}{\partial x}=\rho A\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}-p(x,t) \qquad (1\text{-}1)$$

$$\frac{\partial M}{\partial x}=Q-\rho I\frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} \qquad (1\text{-}2)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial x}=-\frac{M}{EI} \qquad (1\text{-}3)$$

$$\frac{\partial y}{\partial x}=\theta+\frac{Q}{\kappa GA} \qquad (1\text{-}4)$$

〈ラプラス変換された運動方程式〉

$$\frac{d\bar{Q}}{dx}=\rho A\beta^2 n^2\bar{y}-\bar{p}(x,n) \qquad (2\text{-}1)$$

$$\frac{d\bar{M}}{dx}=\bar{Q}-\rho I\beta^2 n^2\bar{\theta} \qquad (2\text{-}2)$$

$$\frac{d\bar{\theta}}{dx}=-\frac{\bar{M}}{EI} \qquad (2\text{-}3)$$

$$\frac{d\bar{y}}{dx}=\bar{\theta}+\frac{\bar{Q}}{\kappa GA} \qquad (2\text{-}4)$$

アーチ、曲線梁の場合も同様に時間τに関してラプラス変換した運動方程式は次のようになる。

〈アーチ〉

$$\frac{d\bar{Q}}{ds}=-\frac{\bar{N}}{R}+\rho A\beta^2 n^2\bar{u}-\bar{p}(s,n)\cos\varphi \qquad (3\text{-}1)$$

$$\frac{d\bar{N}}{ds}=\frac{\bar{Q}}{R}+\rho A\beta^2 n^2\bar{w}+\bar{p}(s,n)\sin\varphi \qquad (3\text{-}2)$$

$$\frac{d\bar{M}}{ds}=\bar{Q}-\rho I\beta^2 n^2\bar{\theta} \qquad (3\text{-}3)$$

$$\frac{d\bar{\theta}}{ds}=-\frac{\bar{M}}{EI} \qquad (3\text{-}4)$$

$$\frac{d\bar{w}}{ds}=\frac{\bar{u}}{R}+\frac{\bar{N}}{EA} \qquad (3\text{-}5)$$

$$\frac{d\bar{u}}{ds}=-\frac{\bar{w}}{R}+\bar{\theta}+\frac{\kappa\bar{Q}}{GA} \qquad (3\text{-}6)$$

〈曲線梁〉

$$\frac{d\bar{Q}}{ds}=\rho A\beta^2 n^2\bar{y}-\bar{p}(s,n) \qquad (4\text{-}1)$$

$$\frac{d\bar{T}}{ds}=\frac{\bar{M}}{R}+\rho I_p\beta^2 n^2\bar{\phi} \qquad (4\text{-}2)$$

$$\frac{d\bar{M}}{ds}=\bar{Q}-\frac{\bar{T}}{R}-\rho I\beta^2 n^2\bar{\theta} \qquad (4\text{-}3)$$

$$\frac{d\bar{M}_\omega}{ds}=\bar{T}-\bar{T}_s \qquad (4\text{-}4)$$

$$\frac{d\bar{T}_s}{ds}=-\frac{GJ}{EI_\omega}\bar{M}_\omega \qquad (4\text{-}5)$$

$$\frac{d\bar{\theta}}{ds}=-\frac{\bar{M}}{EI}+\frac{\bar{\phi}}{R} \qquad (4\text{-}6)$$

$$\frac{d\bar{\phi}}{ds}=\frac{\bar{T}_s}{GJ}-\frac{\bar{\theta}}{R} \qquad (4\text{-}7)$$

$$\frac{d\bar{y}}{ds}=\bar{\theta}+\frac{\bar{Q}}{\kappa GA} \qquad (4\text{-}8)$$

ここに、A：断面積、I：断面２次モーメント、E：弾性係数、G：せん断弾性係数、ρ：単位体積質量、κ：せん断補正係数、R：曲率半径、I_p：極２次モーメント、J：ねじり定数、γ：そり、$T_s=\gamma GJ$、I_ω：曲げねじり定数、M_ω：曲げねじりモーメント、$p(x,t)$：衝撃荷重

上の各式を線積分し、積分方程式の近似解法を応用すると、ラプラス変換領域での離散的一般解は次式のようになる。

$$X_{pi}=\sum_{d=1}^{m}a_{pid}X_{d0}+q_{pi} \qquad (m=4,6,8) \qquad (5)$$

式(5)より得られる X_{pi} をFILTを用いて数値ラプラス逆変換することにより、時刻歴応答が計算できる。

３．解析結果

本解析法による骨組構造物の衝撃応答解析の結果を示す。まず、本解析法の解析精度を明らかにするために、両端単純支持されたTimoshenko梁(平均半径 a ,厚さ h の中空円断面)がスパン中央点に衝撃荷重(Fig.1-d)を受ける問題(Fig.1-a)に関して、文献4)との比較を行った結果をFig.2に示す。次に、アーチ(Fig.1-b)の衝撃応答解析の結果をFig.3に、曲線梁(Fig.1-c)の衝撃応答解析の結果をFig.4に示す。

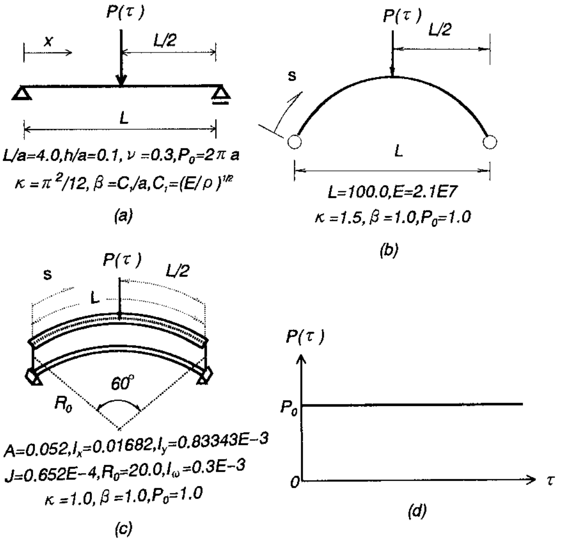

Fig.1　骨組構造物の横衝撃問題

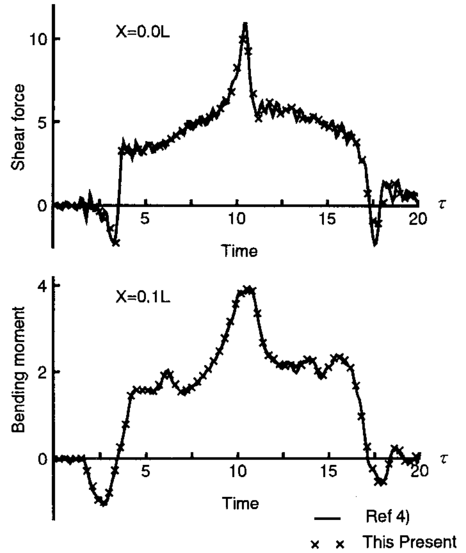

Fig.2　本解析法と文献4)との解の比較

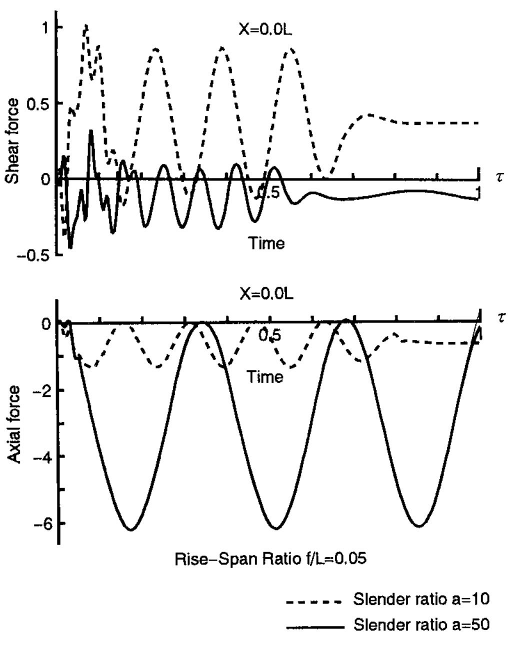

Fig.3　アーチの衝撃応答解析

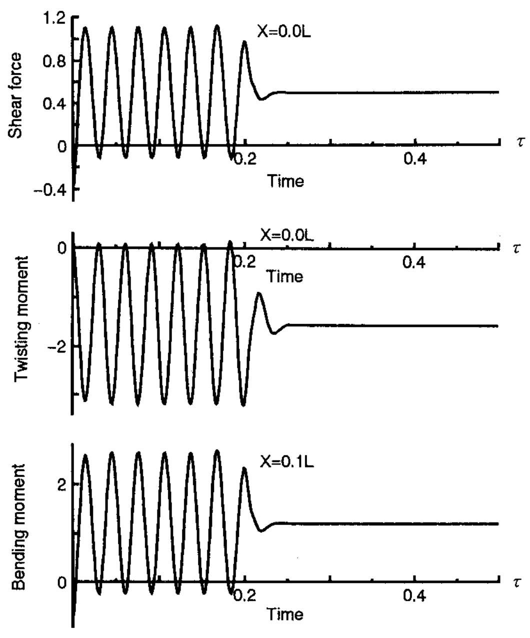

Fig.4　曲線梁の衝撃応答解析

［参考文献］
1)足立忠晴他：数値ラプラス変換を利用したマトリックス法による骨組構造物の衝撃応答解析, 機会学会論文集(A編), 56巻, 5247号, pp. 237-243, 1990
2)岩崎英治他：FFTを用いた数値ラプラス変換・逆変換,土木学会48回年講I-671, 1993
3)細野敏夫：逆ラプラス変換用高速アルゴリズムFILT, bit, 15(1983), pp. 1158-1167
4)三上隆：選点法による構造物の動的問題の解析に関する研究, pp.218-227, (北大学位論文)