I-775　Ｋｒｉｇｉｎｇ手法を用いたモード形の補間に関する検討

武蔵工業大学　学生員　○瀧本　幸
武蔵工業大学　正会員　星谷　勝
前田建設工業　正会員　斉藤　芳人

１．はじめに

既存の構造物に対してその振動特性であるモード形を調べることは、設計段階で想定した特性値の確認や老朽化した構造物の損傷度を評価するための資料として有用である[1]。振動特性のうち固有円振動数と減衰定数は一部の質点での応答観測により同定できる[2]。しかし、構造物の全質点のモード形を同定するためには、一般に全質点での応答観測が必要とされており、質点数の多い大規模構造物を扱う場合には現実的でない。そこで観測を行う前の事前情報と、一部の質点での応答観測から求めたその点のモード形をもとに、非観測点でのモード形をKriging[3]により推定する手法を提案する。そしてその有用性を数値解析を用いて検証する。

２．理論

多自由度系の運動方程式は式(1)の多変量ARMA型モデルで表現でき、G_s～G_1は一部の節点での観測データからカルマンフィルタによって同定することができる。これより、行列Ｇを式(2)で定義する。

$$\begin{aligned} \mathbf{y}(k+s+1) &= \mathbf{G}_s\mathbf{y}(k+1)+\cdots+\mathbf{G}_1\mathbf{y}(k+s) \\ &\quad +\mathbf{R}_s\mathbf{g}(k+1)+\cdots+\mathbf{R}_1\mathbf{g}(k+s)+\mathbf{W}(k+s) \qquad (1) \\ &\quad (k=1,2,\cdots,N) \end{aligned}$$

ここに、$\mathbf{y}$：観測量、$\mathbf{W}$：ノイズ

$$G=\begin{bmatrix} 0 & I & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & I \\ G_s & G_{s-1} & \cdots & G_1 \end{bmatrix} \qquad (2)$$

Ｇの固有値解析をすることによって、式(3)のようにシステムの固有値からなる行列Λが得られ、これから動的パラメータである固有円振動数と減衰定数を求めることができる[2]。しかし、モードベクトルＺに関しては、変換行列Ｄが入っているため観測点位置での値しか求められない。従ってモード形を全て求めるには全節点での観測が必要となる。

$$G\begin{bmatrix} DZ \\ DZ\exp(\Lambda\Delta) \\ \vdots \\ DZ\exp((s-1)\Lambda\Delta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} DZ \\ DZ\exp(\Lambda\Delta) \\ \vdots \\ DZ\exp((s-1)\Lambda\Delta) \end{bmatrix}\exp(\Lambda\Delta) \qquad (3)$$

ここに、変換行列$D=[\,I\,,\,0\,]$、Δ：時間刻み

そこで、事前情報として質量マトリクスＭ、剛性マトリクスＫ、減衰マトリクスＣの平均値と標準偏差を想定する。次に、各マトリクスの要素をガウス性確率場とし、モンテカルロシミュレーション法によって固有値解析を行う。そして、モード形の無条件確率場を作成しモード形の平均値と共分散を求める。事後情報は、観測データから観測点位置でのモード形を求める[2]。ただし、事前情報と事後情報のモード形は同一の質点を正規化しなければならないため、観測点のうち１点は正規化する点でなければならない。この２つの情報を用いてＫｒｉｇｉｎｇ手法により非観測点のモード形を推定する。なお、固有値解析は非線形性が強いため、出力されるモード形が正規分布に従っているか検定を行う必要がある。

３．数値計算例

ここでは４質点系モデルを考え、１、３質点を観測点とし、モード形は１質点を１に基準化した。減衰マトリクスＣはRayleigh減衰を仮定し、減衰定数は２％とした。また、質量と剛性の平均値は図-１のように与えた。Ｍ、Ｋ、Ｃの各要素に１、２、３、４、５％の５種類の変動係数を与えた場合を考え、それぞれ１０００セッ

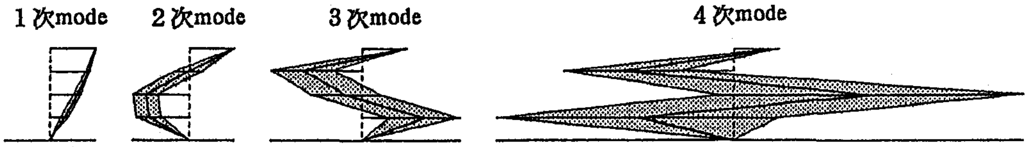

図-2　モード形　補間前　（　変動係数　2％　）

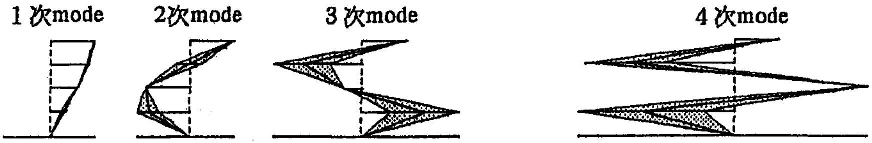

図-3　モード形　補間後　（　変動係数　2％　）

※　——：平均値　-----：真値　：平均値±標準偏差

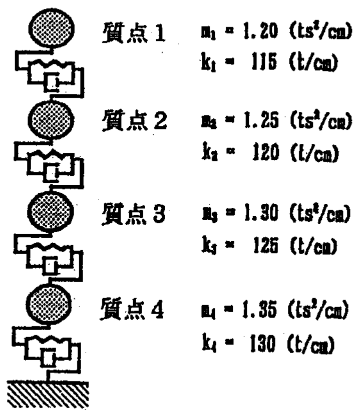

図-1　4質点系モデル

質点	変動係数 / mode	1次		2次		3次		4次	
		ν	σ	ν	σ	ν	σ	ν	σ
2	補間前	0.8653	0.0035	-0.0264	0.0235	-1.3868	0.0564	-2.5461	0.1069
	補間後	0.8675	0.0029	-0.0244	0.0230	-1.3707	0.0514	-2.5222	0.0700
	真値	0.8673		-0.0267		-1.3433		-2.5123	
4	補間前	0.3126	0.0059	-0.8990	0.0222	1.4137	0.0646	-2.1971	0.2590
	補間後	0.3163	0.0048	-0.8941	0.0187	1.4290	0.0609	-2.1284	0.1132
	真値	0.3130		-0.9076		1.4234		-2.0841	

（変動係数 2％）　ν：平均値　σ：標準偏差

表-1　モード形の平均値と標準偏差

トのサンプルを作成しモード形を求めた。次に、モード形の分布が正規分布に従うか、有意水準１％でカイ２乗検定を行ったところ、変動係数１、２％の場合は１～４次のすべてのモード形の各質点が正規分布に従っていたが、３、４％の場合には１～３次のモード形の各質点、５％の場合には１次、２次のモード形の各質点のみ従っていることが分かった。そこで、正規分布に従うモード形のみ補間した。なお、ここでは観測点位置でのモード形が既に精度よく求められていることを前提として、真値を１０００セットのうちの１つと仮定した。例として変動係数２％の場合のモード形の補間前と補間後の分布を図-２、図-３に、平均値と標準偏差、真値を表-１に示す。表-１より、補間した後のモード形の標準偏差は小さくなっている。つまり不確定性が減少したことになる。

４．まとめ

M、K、Cの各要素の変動係数に１、２％を用いた場合には、モード形をすべて補間することができる。また、変動係数に５％を用いた場合にも、卓越モードとなる１～２次のモード形を補間することができるため、本手法を用いて全質点の応答を観測せずに局所破損の同定に十分な情報を与えることができる[1]。

【参考文献】

1）近藤一平，濱本卓司：既存構造物の局所損傷の同定に関して，構造工学論文集，Vol.38B，1992年.
2）星谷勝，斉藤悦郎：建設技術者のためのデータ解析と応用，鹿島出版会，1991年.
3）星谷勝：条件付確率場のシミュレーション理論，土木学会論文集，No.459/Ⅰ-22，1993年.