

I-774

ケーブルの張力と曲げ剛性の同時同定法

○摂南大学 学 西川 徹
神戸製鋼 濱崎 義弘摂南大学 正 頭井 洋
神戸製鋼 井上 喜雄

1 まえがき

斜張橋、ニールセン橋などのケーブル構造物においては、架設の際にケーブルに、所定の設計張力が導入されているかどうかを十分に確認しておく必要がある。ケーブル張力計測の一方法として、ケーブルの固有振動数を測定して、これから張力を算定する振動法は、簡便なためよく利用されている⁽²⁾。しかし、この方法では、ケーブルの曲げ剛性が既知であることを前提条件としている。また、斜張橋のレインパイプレーションの振動対策として、ダンパーが用いられることが多いがその最適設計には、ケーブルの曲げ剛性が必要である。ケーブルの曲げ剛性は充実断面の5～50%位と、ケーブルの種類や導入張力により変化し、曲げ剛性の正確な値を求めることは難しい。そこで、本研究では、ケーブルの張力と曲げ剛性を同時に推定する方法の開発を試みたものである。

推定法として、順次観測データを取り込み、修正を行いながら動特性を推定する拡張カルマンフィルタを用いた。

2 ケーブル張力と固有振動数

ケーブルには素線自体の曲げ剛性および素線間の摩擦などの影響による曲げ剛性が存在する。ケーブルの曲げ剛性は実際にはケーブル長、張力あるいは位置によって変化すると考えられるが、ここでは全長にわたって一様であり、常に一定と仮定する。また、一般にケーブルはその両端においてソケット前面で支持されることが多く、このことを考慮して、ケーブルの振動方程式として張力の入った両端固定はりの関係式を適用する。式(1)で、 η_n^B は無次元値であり前者は弦理論式から得られる振動数に対する比であり、後者はケーブル横方向剛性に関するパラメーターで、ケーブルの力学的性状が弦に近い(ξ大)、はりに近い(ξ小)を表す無次元値である⁽²⁾。

$$\eta_n^B = f_n^B / \left(\frac{n}{2L} \sqrt{\frac{T}{m}} \right) \quad (1)$$

$$\xi = \sqrt{\frac{T}{EI}} \cdot L \quad (2)$$

ここで、 f_n^B ：曲げ剛性は考慮し、サグを無視した場合のn次の固有振動数、n：振動次数

3 状態方程式と拡張カルマンフィルタ

プログラムの概略の流れを以下に示す。

1) 張力T、曲げ剛性EIの初期値を与える。

2) 式(1),(2)より、 ξ, η_n^B を求める。

3) カルマンフィルタにより、 T, η_n^B を同定する。

4) その T, η_n^B から、式(1),(2)よりEIを求める。

5) 新しい T, EI を初期値とする。

以下、同様の手順でくりかえすと、張力Tと曲げ剛性EIが求まる。

観測できる物理量を入力して、求めたい物理量を出すフィルタとして、拡張カルマンフィルタを構成するには両者を関係づけるケーブルの数学モデルが必要になる。

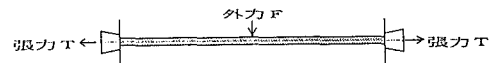


図1 解析対象ケーブル

図1に示すモデルの各次ごとの運動方程式は、分布質量系の微分方程式あるいはFEMのモード解析よりつぎのように得られる。

$$m_n \ddot{x}_n + 2m_n \zeta_n \omega_n \dot{x}_n + m_n \omega_n^2 x_n = \phi_n^T \cdot F \quad (3)$$

$$f_n^B = \eta_n^B \left(\frac{n}{2L} \sqrt{\frac{T}{m}} \right), \quad C = \frac{\pi n}{L \sqrt{m}}$$

とくと、

$$\ddot{x}_n + 2C \zeta_n \eta_n^B \sqrt{T} \dot{x}_n + C^2 \eta_n^{B2} \sqrt{T}^2 x_n = \frac{\phi_n^T}{m_n} \cdot F \quad (4)$$

$$\text{ここに、} \omega = \sqrt{k/m}, \quad \zeta = c/(2\sqrt{km})$$

η_n^B を含めた運動方程式を、状態方程式に書き直すと、

$$\dot{x} = Ax + bF \quad (5)$$

$$x = \begin{Bmatrix} x_n \\ \dot{x}_n \end{Bmatrix}, \quad b = \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \end{Bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -C^2(\eta_n^B)^2 T & 2C\zeta_n \eta_n^B \sqrt{T} \end{bmatrix}$$

式(5)の状態量に、推定したいパラメータを含め、拡大した状態量zを次のように定義する。

$$Z^* = \{x_n, \dot{x}_n, \zeta, \eta_n^B, \sqrt{T}\}^T \quad (6)$$

状態方程式(5)を時間領域で離散化すると、

$$Z_{i+1} = \begin{bmatrix} \Psi & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} Z_i + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} F + \begin{bmatrix} w_i \\ \hat{w}_i \end{bmatrix} \quad (7)$$

ここで $w_i, \hat{w}_i$ は、状態量のシステムノイズを表すガウス白色雑音である。時間更新および観測更新の式は、式(7)よりつぎのように得られる[3],[4]。

$$\hat{Z}_{i+1/i} = \Phi(\hat{Z}_{i/i}) + GF \quad (8)$$

$$P_{i+1/i} = Y_{i/i} P_{i/i} Y_{i/i}^T + Q \quad (9)$$

$$Y_i = \partial \Phi(\hat{Z}_{i/i}) / \partial \hat{Z}_i |_{\hat{Z}_i = \hat{Z}_{i/i}} \quad (10)$$

ここで、 P は状態量の推定誤差の共分散行列、 Q はシステムノイズ W_i の共分散行列である。

ケーブルの変位や速度の観測ベクトル y と状態量 Z とを関係づける方程式は、

$$y = H \hat{Z} + v \quad (11)$$

式(11)で、 v は、観測ノイズを表すガウス白色雑音である。推定状態量の誤差を最小にする条件より得られる観測更新アルゴリズムは、観測ベクトルを用いて次のように与えられる。

$$\hat{Z}_{i/i} = \hat{Z}_{i/i-1} + K_i \{y_i - H_i \hat{Z}_{i/i-1}\} \quad (12)$$

$$K_i = P_{i/i-1} H_i^T \{H_i P_{i/i-1} H_i^T + R_i\}^{-1} \quad (13)$$

$$P_{i/i} = P_{i/i-1} - K_i H_i P_{i/i-1} \quad (14)$$

ここに、

$$H_i = \partial h(\hat{Z}_{i/i}) / \partial \hat{Z}_i |_{\hat{Z}_i = \hat{Z}_{i/i-1}} \quad (15)$$

ここで、 K_i は、カルマンゲインと呼ばれ推定状態量の誤差を最小にする働きをする。 R は、観測ノイズの共分散行列である。シミュレーションプログラムは、FORTRANで作成した。その際、時間更新や観測更新に必要な係数行列は、数式演算処理ソフト Maple を用いて計算した。シミュレーションプログラムでは、観測更新のための観測値として、式(5)をルンゲクッタで計算した値にガウス性ホワイトノイズを加えたものを用いた。

4 パラメータの同定

ケーブルの長さ 5.0 m 、半径 4.6 cm のモデルを仮定して、減衰比 ζ 、振動数に対するパラメータ、張力と曲げ剛性を、それぞれ $\zeta = 0.05$, $T = 24.0\text{ tf}$, $EI = 1.76\text{ t}\cdot\text{m}$ とした場合で、推定初期値を $\zeta = 0.035$, $T = 15.0\text{ tf}$, $EI = 0.80\text{ t}\cdot\text{m}$ と仮定した時のシミュレーション結果を、図(2)に示す。なお、観測値は、 $L/2$ 点の変位を用いている。

図(2)より、張力の初期値 $T = 15.0\text{ tf}$ が $T = 24.1\text{ tf}$ に、曲げ剛性 EI の初期値 $0.80\text{ t}\cdot\text{m}$ が $1.71\text{ t}\cdot\text{m}$ へと

収束しており、それぞれ正解値にかなり近づいていることがわかる。

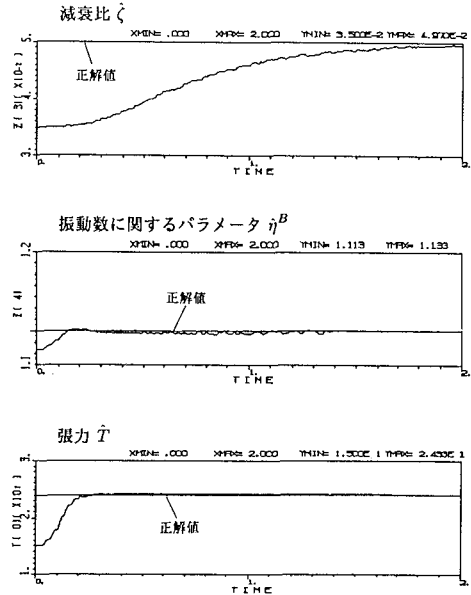


図2 計算結果

5 あとがき

本研究では、ケーブルの張力、曲げ剛性の同時同定を拡張カルマンフィルタにより行い、その有効性をシミュレーションにより確認した。今後、模型実験による実測値を用いた場合について、検討を進める予定である。

参考文献

- [1] 頭井他:連鋳機の鋳型・鋳片間の摩擦係数同定, 日本機械学会, 機械力学・計測制御講演論文集 (vol.B)(1991-7,9-11 神戸)
- [2] 新家・頭井他:振動法によるケーブル張力の実用算定式について, 土木学会論文報告集 第294号 (1980-2)
- [3] 片山:応用カルマンフィルタ, 朝倉書店, 1983
- [4] 丸山他:ARMAモデルによる既存構造物の動特性の同定, 土木学会論文報告集 第416号/I-3(1990-4)