

東京電機大学 大学院 学生員 ○ 安部 芳久
東京電機大学 理工学部 正会員 松井 邦人

1. はじめに

構造物の応答を測定し、構造特性を推定することは、耐震性、耐久性を知る上で重要である。しかし、一般にこれらの推定値にはばらつきがみられ、推定値に対する信頼性は低い。そこで本研究ではこの点を改善するために、一度に複数のデータを用いた構造同定を行い、その手法の有効性について検討している。

2. 同定手法

R 回の計測データを用いた多自由度系の運動方程式は次のようになる。

$$M \ddot{z}_r + C \dot{z}_r + K z_r = f_r \quad (r=1 \sim R) \quad (1)$$

ここで、 M 、 C 、 K は、質量、減衰、剛性のマトリクス、 $\ddot{z}_r$ 、 $\dot{z}_r$ 、 z_r 、 f_r はそれぞれ、応答加速度、応答速度、応答変位、外力のベクトルである。また、測定点 i における測定値を $\hat{u}_i$ ($i=1 \sim N$)、解析値を $\hat{z}_i$ 、観測誤差を ε_i とすると、

$$\hat{u}_i = \hat{z}_i + \varepsilon_i \quad i \in A \quad (2)$$

の関係が成立する。 A は観測点の集合である。いま、未知パラメータを $X = X_j$ ($j=1 \sim M$) とすると、 $\hat{z}_i$ は X の関数である。次に、最小二乗法概念を用い評価関数 J を定義すると以下のようになる。

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_1} \sum_{r=1}^R \sum_{i \in A} (\hat{u}_{ir} - \hat{z}_{ir})^2 dt \quad (3)$$

$t_0 \sim t_1$ は同定に用いる時間区間

ここで、式(3)の評価関数 J の値を最小にするよう

に、未知パラメータ X を決定する。 $\hat{u}_i$ を X の推定値で Taylor 展開し、Gauss-Newton 法を用いると必要条件 $\frac{\partial J}{\partial X_j} = 0$ より式(3)は式(4)のようになる。

$$\sum_{j=1}^M \left(\int_{t_0}^{t_1} \sum_{r=1}^R \sum_{i \in A} \frac{\partial \hat{z}_{ir}}{\partial X_j} \frac{\partial \hat{z}_{ir}}{\partial X_k} dt \right) \delta X_j = \int_{t_0}^{t_1} \sum_{r=1}^R \sum_{i \in A} (\hat{u}_{ir} - \hat{z}_{ir}) \frac{\partial \hat{z}_{ir}}{\partial X_k} dt \quad (k=1 \sim M) \quad (4)$$

式(4)は、 δX_j に関する連立方程式であり、容易に解くことができる。ここで解析値 $\hat{z}_i$ の未知パラメータ X_k に関する偏微分係数は、最適設計などで用いられる動的感度である。式(1)を X_k で偏微分し整理すると、

$$M \frac{\partial \ddot{z}}{\partial X_k} + C \frac{\partial \dot{z}}{\partial X_k} + K \frac{\partial z}{\partial X_k} = \frac{\partial f}{\partial X_k} - \frac{\partial M}{\partial X_k} \ddot{z} - \frac{\partial C}{\partial X_k} \dot{z} - \frac{\partial K}{\partial X_k} z \quad (k=1 \sim M) \quad (5)$$

が得られる。式(5)は $\frac{\partial \ddot{z}}{\partial X_k}$ に関する線形微分方程式であり、微分演算式は式(1)と同じである。

X_j の初期値を仮定し、式(4)を δX_j について解き、 $X_j = X_j + \delta X_j$ として繰り返し計算を行うことにより、 X_j の最適推定値を求めることができる。また、ムーブリミットを設定し、未知パラメータの補正値が大きく変動することを抑えている。

3. 数値解析モデルによる同定

ここでは、本手法の特性やノイズの影響を知るため、数値シミュレーションを行った。図-2に示したモデルにEl-Centro地震波（継続時間40S）を入力地震

表-1 対象構造物の諸元

		質量 (tf・sec ² /m)	減衰係数 (tf・sec/m)	剛性 (tf/m)
2質点系	1層	5.1	10.0	3000.0
	2層	5.1	10.0	3000.0

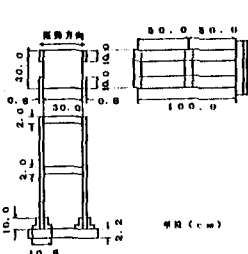


図-1 供試体概略図

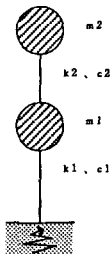


図-2 解析モデル

波として作用させ、応答解析の結果を応答加速度の観測値として用い、構造物の各諸元を表-1として、数値シミュレーションを行った。

各未知パラメータの初期値を真値の150%として、一度に用いるデータの数を1, 3, 5, 8, 10と変化させ同定を行った結果、各場合においても精度よく同定することができた。

次に実測データにはノイズが含まれているので、その影響を見るため、入力地震波、応答加速度の両方に、バンド幅を0.1 ~ 25 Hzと設定したホワイトノイズを付加し、それらを用い、データの数を同じように変化させ、同定を各30セット行った。また、ノイズのSN比は、式(6)で定義し、これを5 ~ 20%まで変化させた。

$$\text{SN比 (\%)} = \frac{\int_0^1 \varepsilon(t)^2 dt}{\int_0^1 \text{Acc}(t)^2 dt} \times 100 \quad (6)$$

SN比10%の減衰係数および剛性の収束結果の上限値と下限値の幅を図-3に示す。同図では、同定結果を真値で除しているの、この比が1.0のとき両者の値が一致していることを意味している。剛性よりも減衰係数の方がノイズの影響を大きくうけ、特に二層の減衰係数は真値よりも大きく表わされる傾向がある。また、一度に用いるデータの数をある程度増やすと、収束値の幅もそれにつれて小さくなるのがわかる。このことは、SN比を5%、20%と変化させた場合も、収束値の幅は変化するが傾向は同じであった。

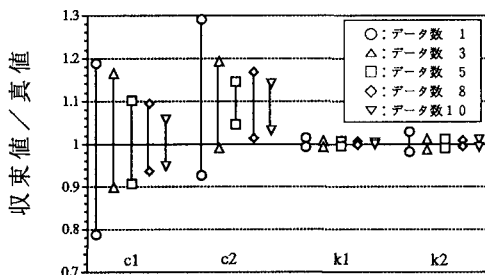


図-3 SN比10%のデータ数と収束値の関係

4. 観測値による同定

図-1に示す供試体において、正弦波を入力波として強制振動実験を行い、測定したデータより得られた加速度共振曲線から、供試体の一次固有振動数は8.2Hzということがわかった。ここでは、供試体を図-2の

ようにモデル化し、一次固有振動数付近の測定データを用いて同定を行った。同定にあたっては、質量を $m_1 = 0.02338 \text{ (kgf} \cdot \text{s}^2/\text{cm)}$ 、 $m_2 = 0.01889 \text{ (kgf} \cdot \text{s}^2/\text{cm)}$ とし、剛性および減衰係数を未知パラメータとした。結果を図-4(a)、図-4(b)に示す。同図では、広範囲にわたりプロットされているほど各同定結果にばらつきがあり、逆に集中しているほど各同定結果も安定した値を得ていることを意味している。一層については、一度に用いるデータの数を増やすにつれ、減衰係数、剛性ともに収束値が安定していく。しかし、二層においては、剛性は安定した値を得ることができたが、減衰係数は数値シミュレーション同様、収束値がばらついてしまった。

5. まとめ

複数のデータを用いることにより、数値シミュレーションの結果のように、ノイズの影響を抑えることができた。また、実測データを用いた場合においても、4つの未知パラメータのうち3つまで収束値のばらつきを抑え、安定した収束値を得ることができた。

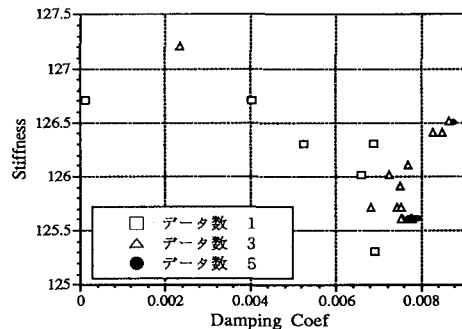


図-4 (a) 減衰係数と剛性の関係（1層）

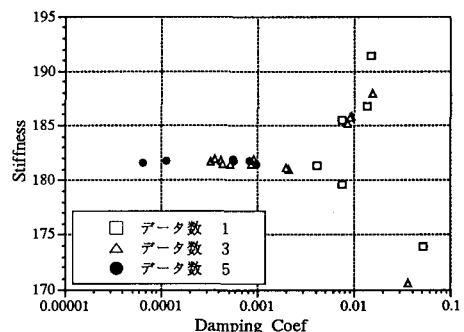


図-4 (b) 減衰係数と剛性の関係（2層）