

山留め計算を対象とした逆解析の感度と計算例

東電設計(株) 正会員 井出周治 正会員 吉田郁政
東電設計(株) 金田昌幸

1. まえがき 逆解析の目的関数は最尤法に基づき誘導することができ、その最小化問題をGauss-Newton法により解く方法は、カルマンフィルターと密接な関係を有する¹⁾。この確率論に基づく逆解析では、観測量の精度と推定パラメータに対する信頼性を定量的に評価できる。本報告では、山留め計算の逆解析に本定式化を適用し、数値計算例を通じて、推定パラメータの逆解析感度の評価方法および確率分布の異なるパラメータの逆解析を示す。

2. 計算モデルと観測量 山留め計算モデルとしては、2次元弾性FEMを用い、図-1に土留め工の掘削レベルと切梁位置および周辺地盤の土層構成を示す。また、表-1には順解析に用いる各土層の地盤定数を示す。土留め壁および切梁は、ビーム要素とした。このモデルを用い、土留め計算(掘削ステップ計算)を行った結果から、土留め壁に沿った2m間隔の観測点での水平変位と、測線A上の観測点での鉛直変位を抽出し、それぞれ基準点との相対変位を観測量とする。観測量の最少読取り値は、0.1mmとした。本逆解析では、掘削ステップ間の増分型として定式化を行っているため、観測量も掘削ステップ間の増分変位として扱う。

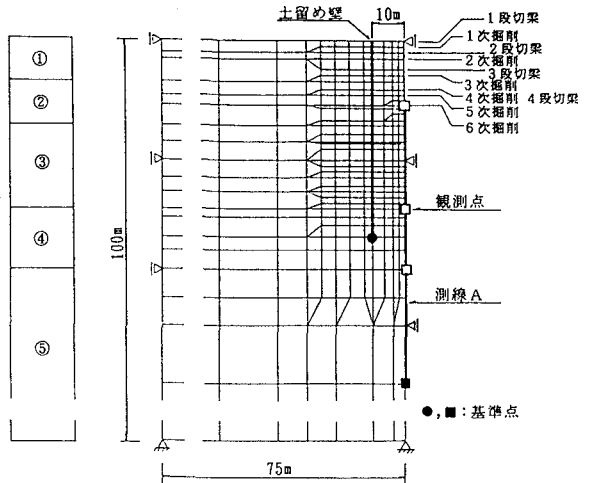


図-1 山留め計算モデル

表-1 地盤定数

土層	γt (tf/m ³)	E_h (tf/m ²)	E_v/E_h
①	1.5	500	4.0
②	1.9	2000	
③	1.9	9400	
④	1.9	5700	
⑤	1.9	7700	

γt : 単位体積重量
 E_h : 水平方向弾性係数
 E_v : 鉛直方向弾性係数

3. 感度解析 確率論に基づく逆解析では、次式の共分散行列 P_x を用いて、観測量の誤差と未知量 x の誤差を近似的にはあるが定量的に評価することができる。

$$P_x = (M^{-1} + H_x^T R^{-1} H_x)^{-1} \quad (1)$$

ここに、 M : 事前の x の共分散行列、 H_x : ヤコビアン行列 ($= \partial H(x) / \partial x$ 、 $H(x)$: 観測量に対応する計算値ベクトル)、 R : 観測量誤差の共分散行列である。本逆解析で対象とする推定パラメータは、各土層の水平方向の弾性係数である。推定パラメータの事前情報の変動係数は、各掘削ステップすべて 1.0とした。また観測点間には相関がなく、各観測量の誤差は標準偏差0.1mmとした。逆解析に先立ち、式(1)を用いて各計算ステップにおける推定パラメータの感度解析を実施した。各計算ステップと推定パラメータの精度の関係を図-2に示す。同図より、 E_{h1} の変動係数はに着目すると、掘削深度が浅い場合には小さいが、

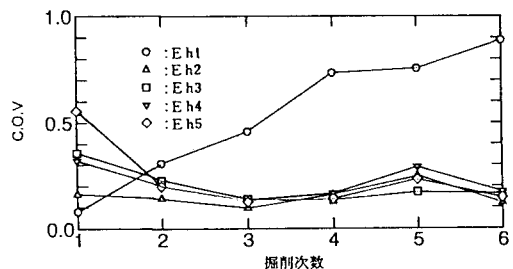


図-2 感度解析結果

掘削が進行するにしたがい大きくなっている様子が顕著に現れている。逆に、E h3～E h5の変動係数をみると、1次掘削では比較的大きな値となっている。この様に、各掘削状態に応じたパラメータの推定精度が予め評価できる。

4. 逆解析例 逆解析を行う際に、推定パラメータ間で何桁も大きさが異なる場合（たとえば、弾性係数とポアソン比が混在する場合）数値解析上不利となるため³⁾、未知量の定式化を工夫（スケーリング）した。推定パラメータ X が正規分布にしたがう場合、未知量 x を以下のように設定した。

$$X = \mu_x + \sigma_x \cdot x \quad (2)$$

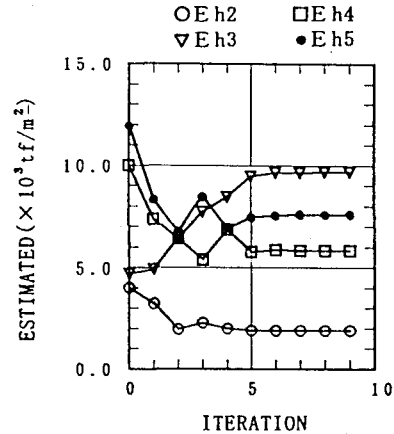
ここに、 μ_x 、 σ_x ： X の事前情報の平均値、標準偏差である。推定パラメータ X が対数正規分布にしたがう場合、

$$X = \alpha_x \cdot \exp(\xi_x \cdot x) \quad (3)$$

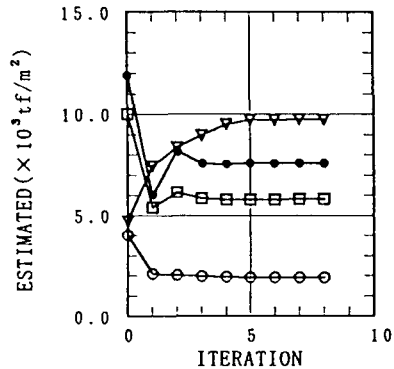
ここに、 α_x 、 ξ_x ： X の事前情報の中央値、対数標準偏差である。これらの場合、未知量 x は正規分布にしたがい、平均値0.0、標準偏差1.0となる。図-1の計算モデルを用いて、推定パラメータが正規分布にしたがう場合と、対数正規分布にしたがう場合の両ケースについて逆解析を行った。計算アルゴリズムについては、文献4)にしたがった。推定パラメータをE h2～E h5とし、3次掘削終了後～4次掘削の1施工ステップ間の逆解析を例に、推定パラメータおよび目的関数の収束過程を図-3および図-4にそれぞれ示す。同図より、確率分布の違いにより、推定パラメータの収束性が異なることが分かる。この計算モデルに対しては、対数正規分布にしたがうケースの方が、正規分布にしたがうケースに比べ、収束性が速い結果となった。本計算アルゴリズムは、イタレーション回数の減少ではなく、総計算時間の短縮化を図ることを目的としている⁴⁾。そこで、両ケースの総計算時間を比較してみたところ、対数正規分布を用いたケースは正規分布の2/3程度の計算時間で収束した。

5. おわりに 推定パラメータが、異なる確率分布にしたがう場合の逆解析を示したが、その収束性の違いは明確でないため、今後の研究課題である。また、今後は本報告内容を実測データを用いて実施し、より実用性を高めていく所存である。

参考文献 1) 吉田、他：確率論に基づく逆解析手法の基礎研究、土木学会論文集、第483号、pp. 61-68、1994。 2) 中川、他：最小二乗法による実験データ解析、東京大学出版会、1982。 3) 今野、他：非線形計画法、日科技連、1978。 4) 吉田、他：逆解析の効率的な解法の提案、第49回土木学会年次学術講演会（第I部門掲載予定）、1994。



(a) 正規分布にしたがう場合



(b) 対数正規分布にしたがう場合

図-3 推定パラメータの収束過程

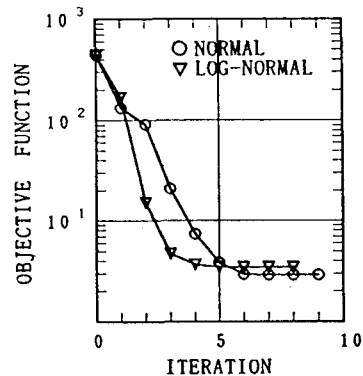


図-4 目的関数の収束過程