

## 観測誤差に対する逆解析精度の検討

武藏工業大学 学生会員○杉本 昌由

武藏工業大学 正会員 星谷 勝

(株)地崎工業 正会員 須藤敦史

## 1. 目的

地盤の変形問題や挙動を解析的に予測する手法として有限要素法が用いられている。ところが有限要素法による解析では地盤定数を正確に与えることが難しく解析精度が問題となる。そこで、観測値に基づき地盤定数を推定する逆解析が行われている。一方得られる観測値は、観測誤差を伴うために確率理論によりデータを取り扱うカルマンフィルタを用いた逆解析の研究が行われている<sup>1)2)</sup>。しかし静的な逆解析においては観測値の数が限られており、観測誤差による逆解析値への影響を検討する必要が生じる。そこで本研究では、拡張カルマンフィルタのアルゴリズムに有限要素法を組み込んだEK-WLI-FEM<sup>3)4)</sup>を用いて観測誤差に対する逆解析値の推定精度を検討する。

## 2. EK-WLI-FEMの定式化

EK-WLI法に有限要素法を組み込むための定式化を行う。

拡張カルマンフィルタは、非線形連続型状態方程式と非線形離散型方程式を基本としている。

$$\frac{d\mathbf{X}_t}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{X}_{t-1}) + \mathbf{G}_t \cdot \mathbf{W}_t \quad (1)$$

$$\mathbf{Y}_{tk} = \mathbf{h}(\mathbf{X}_{tk}) + \mathbf{V}_{tk} \quad (2)$$

 $\mathbf{X}_t, \mathbf{X}_{tk}$ : 連続・離散型状態ベクトル $\mathbf{Y}_{tk}$ : システム・観測雑音ベクトル $\mathbf{W}_t, \mathbf{V}_{tk}$ : 変換行列システム・観測雑音ベクトル $\mathbf{G}_t$ : 変換行列

## 〈状態方程式〉

本解析では、弾性係数を未知パラメータとして状態ベクトルを作成する。ただし、状態ベクトルは時間的に遷移しないと仮定する。したがって、状態方程式は次式のように定常な方程式となる。

$$\mathbf{X}_{k+1} = [\mathbf{I}] \cdot \mathbf{X}_k \quad (3)$$

 $\mathbf{X}_k$ :  $k$ ステップにおける状態ベクトル,  $[\mathbf{I}]$ : 単位マトリクス

## 〈観測方程式〉

有限要素法の支配方程式は、次式で与えられる。

$$[\mathbf{k}] \mathbf{u} = \mathbf{f} \quad (4)$$

 $[\mathbf{k}]$ : 刚性マトリクス,  $\mathbf{u}$ : 変位ベクトル,  $\mathbf{f}$ : 荷重ベクトルしたがって、(4)式より応答である変位ベクトル $\mathbf{u}$ は次式のようになる。

$$\mathbf{u} = [\mathbf{k}]^{-1} \mathbf{f} \quad (5)$$

一方、拡張カルマンフィルタの観測方程式は、(6)式で与えられる。この観測方程式を有限要素法の剛性方程式で表すと(7)式のようになる。

$$\mathbf{Y}_{k+1} = \mathbf{h}(\mathbf{X}_{k+1}) + \mathbf{V}_{k+1} \quad (6)$$

$$\mathbf{h}(\mathbf{X}_{k+1}) = [\mathbf{k}]^{-1} \mathbf{f} \quad (7)$$

 $\mathbf{V}_{k+1}$ : 観測ノイズ

これにより、有限要素法と拡張カルマンフィルタを結合したパラメータ逆解析を実行することが可能になる。

## 3. 数値解析

解析モデルとして、上部に盛土などが載荷されたと仮定した水平地盤モデル(図-1)を設定して、各接点に分布するそれぞれの未知状態量となる弾性係数の推定を行う。実際の地盤において変位量を計測する際には、時系列に観測値が得られ、また幾多の原因により計測値の中に誤差が混入する。カルマンフィルタ理論では、この計測誤差を観測ベクトルの中のノイズとして評価している。そこで本解析では、観測ノイズを考慮しない場合と観測ベクトル観測節点の変位量の平均値3%, 6%, 12%の標準偏差を持つ平均値0の正規性ノイズを作成して各変位量に加えた場合について解析を行う。観測点(3, 4, 5, 10, 11, 12)と設定して初期推定弾性係数は1000(t f/m<sup>2</sup>)として解析を行った。解析結果は、観測ノイズを考慮しない場合を(図-2)、観測ノイズを考慮した場合を(図-3, 4, 5, 6, 7, 8)に示す。縦軸は収束過程、横軸はEK-WLI-FEMの繰り返し回数を示している。また、観測ノイズを考慮していない場合は繰り返し回数30回で観測ノイズを考慮した場合は、10組の観測変位を繰り返し回数3回と20回で未知弾性係数の推定を行った。

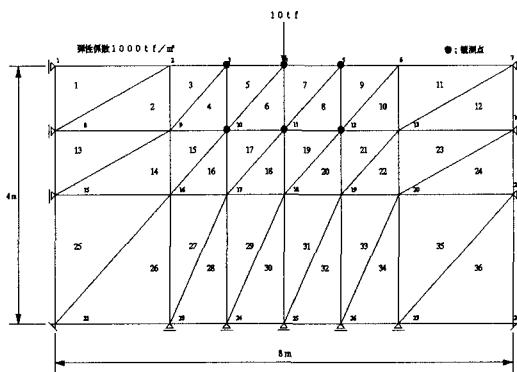


図-1 地盤解析モデル

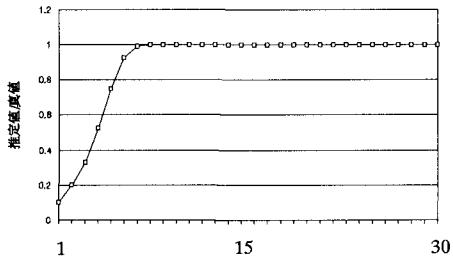


図-2 解析結果(ノイズなし)

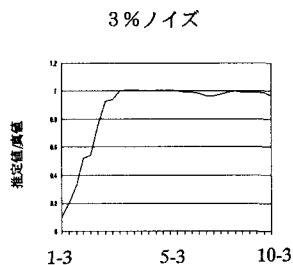


図-3 繰り返し回数3回

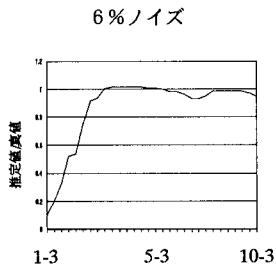


図-5 繰り返し回数3回

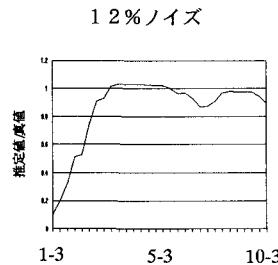


図-7 繰り返し回数3回

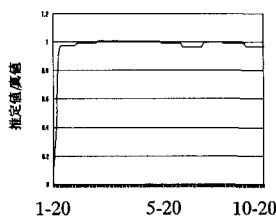


図-4 繰り返し回数20回

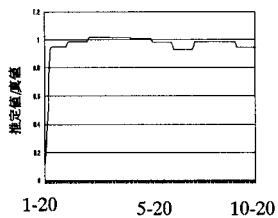


図-6 繰り返し回数20回

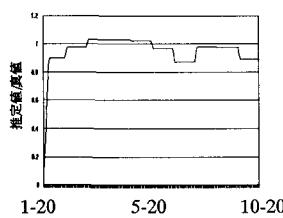


図-8 繰り返し回数20回

#### 4. まとめ

本手法において逆解析値の推定精度は、観測値に含まれる誤差の割合に依存し、真値周辺で変動する結果が得られた。これは、得られた観測値を複数回用いかつカルマンフィルタのアルゴリズムにおいて推定誤差の除去を行っていないと考えられる。しかし本手法は数少ない観測値において逆解析の収束性が速いため今後は観測誤差の影響を受けないアルゴリズムの検討を行う予定である。

#### 〈参考文献〉

- 1) 村上 章・長谷川高士：カルマンフィルタ有限要素法による逆解析と観測点配置、土木学会論文集、No.388／III-8,pp.227-235,1987.
- 2) 鈴木 誠・石井 清：カルマンフィルタによる土質定数の空間分布推定、土木学会論文集、No.406／III-11,pp.71-78,1991.
- 3) 須藤 敦史・星谷 勝：拡張カルマンフィルタの基本的考察とE K-W L I 法の提案、土木学会論文集、No.437／I-17,pp.203-211,1991.
- 4) 須藤 敦史・星谷 勝：E K-W L I 法と有限要素法を用いた逆解析、土木学会論文集、No.446／I-19,pp.177-185,1992.