

入力・システムパラメータ逆解析の基礎検討

武蔵工業大学 正会員 星谷 勝
 (株) 地崎工業 正会員 須藤 敦
 武蔵工業大学 学生会員 宮澤 和樹

1.はじめに

本研究では、出力（観測データ）からシステムのパラメータ（弾性係数）と入力（荷重）を拡張カルマンフィルタ理論を用いたEK-WL I法¹⁾に有限要素法を組み込んだ逆解析手法を用いて推定することを目的としている（図-1）。EK-WL I法は、変換行列の線形化に伴う状態ベクトルの推定誤差の影響を減少させ、かつ状態ベクトルの推定誤差共分散行列に重みを乗じ減少を修正する手法である。また、EK-WL I-FEM²⁾は、EK-WL I法に解析対象領域が複雑な形状でも解析できる有限要素法を組み込んだ手法である。

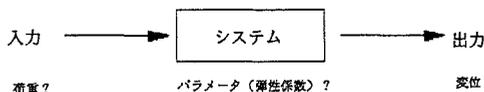


図-1 ブロック図

2. 入力・システムパラメータ逆解析の検討

順解析において、入力とシステムパラメータのいずれかが未知である場合に出力を得ることができない。そこで、均一地盤に荷重が一点で載荷される図-2に示す解析モデルを用い検証する。荷重 $F = 6$ (t)、弾性係数 $E = 2000$ (t/m²) を代入して順解析によって得られた変位を観測変位とし、荷重 F と弾性係数 E を適当に設定して得た順解析結果との差を以下に定める (1) 式の評価関数を用いて検討した。

$$\theta = \log_{10} \sum_{i=1}^N (y_i - y_i^*)^2 \quad (1)$$

y_i : 観測変位
 y_i^* : 解析変位
 N : 観測点数

なお、観測点は6点(10,11,12,17,18,19)である。評価関数の値を図-3に示す。図中の横軸は荷重 (t)、縦軸は弾性係数 (t/m²)、高さ方向の軸は解析値と観測値の差である評価関数を示している。図-3より、本解析モデルにおける入力荷重とシステムパラメータである弾性係数の最適解は無数に存在することがわかる。

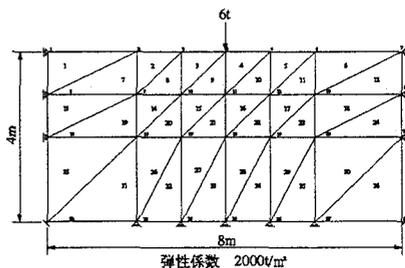


図-2 解析モデル

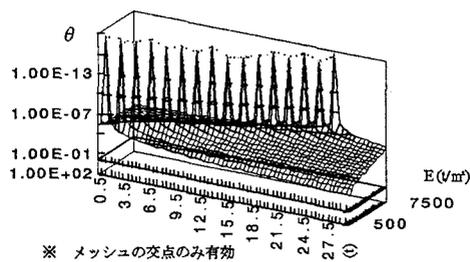


図-3 評価関数

これにより逆解析において、最適な入力とシステムパラメータの組み合わせが無数に存在し得る不定問題となり解を得ることが困難になる。

その理由として本解析では2次元平面歪FEMを用いているため、(2)式によって表される応力-ひずみ関係により、ポアソン比を一定とすると荷重が真値のN倍 ($N > 0$)、弾性係数も同じく真値のN倍となれば、ひずみは一定になることが上げられる。

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{pmatrix} 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} \quad (2)$$

σ : 垂直応力
 τ : せん断応力
 ϵ : 垂直ひずみ
 γ : せん断ひずみ
 E : 弾性係数
 ν : ポアソン比

3. 数値解析による検討

そこで、入力荷重か弾性係数のいずれかの一部を既知であると仮定し、図-4に示す解析モデルを用いて、入力・システムパラメータ逆解析を試みる。

2層からなる水平地盤において荷重が3点載荷されているモデルで、観測点は6点(10,11,12,17,18,19)とし、弾性係数、入力荷重の初期推定値は、 $3000(t/m^2)$ 、 $5(t)$ としている。解析結果は、荷重1点(節点3: $3(t)$)が既知としてその他の荷重と地盤の弾性係数を逆解析した場合を図-5、下層の弾性係数(要素番号25~28: $4000(t/m^2)$)が既知として、上層の弾性係数とすべての荷重を逆解析した場合を図-6に示す。図中の縦軸は入力荷重(t)と弾性係数(t/m^2)、横軸はEK-WLI-FEMの繰り返し回数を示している。

解析結果より荷重か弾性係数のいずれかの一部が試験や調査で観測されたものとして仮定すると、他の入力及びシステムパラメータを精度よく同時に推定することが可能であることがわかる。

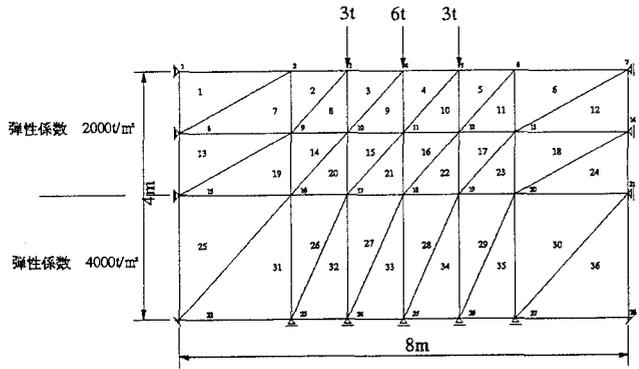
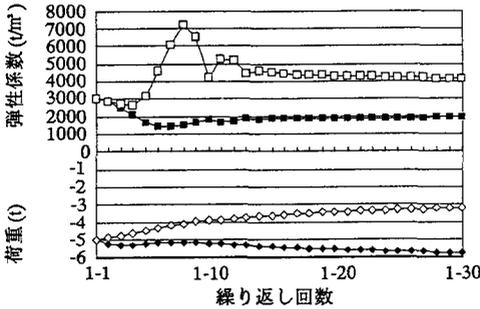
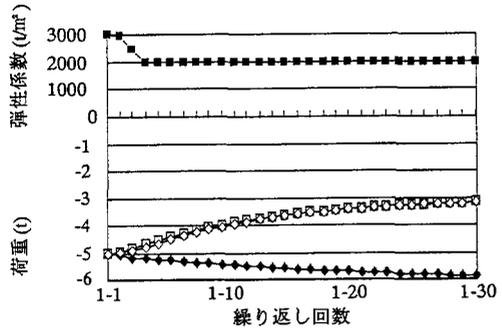


図-4 解析モデル



■:真値 $2000(t/m^2)$ □:真値 $4000(t/m^2)$
◇:真値 $3(t)$ ◆:真値 $6(t)$

図-5 解析結果



■:真値 $2000(t/m^2)$ □:真値 $3(t)$
◇:真値 $3(t)$ ◆:真値 $6(t)$

図-6 解析結果

4. まとめ

本解析では、有限要素法における応力-ひずみ関係(1式)が原因となり、入力荷重と弾性係数の最適解が無数に存在する「不定問題」になることを示した。そこで荷重か弾性係数のどちらか一方の一部を既知として与えて逆解析を行った結果、精度よく同時に推定できることを示した。これは入力荷重の一部か、剛性マトリクスにおける弾性係数の一部などを定数とすることにより、無数に存在した最適解が一つに絞られたことが原因だと考えられる。

<参考文献>

- 1) 須藤 敦史・星谷 勝: 拡張カルマンフィルタの基本的考察とEK-WLI法の提案、土木学会論文集、No. 437/I-17、pp205~211、1991。
- 2) 須藤 敦史・星谷 勝: EK-WLI法と有限要素法を用いた逆解析、土木学会論文集、No. 446/I-19、pp177~185、1992。
- 3) 三好 俊郎: 有限要素法入門、培風館、1990。