

I - 721

条件付非正規確率場の逐次型同定

国際航業（株） 正会員 長舟 健
鳥取大学工学部 正会員 野田 茂
武蔵工業大学工学部 正会員 星谷 勝

1. まえがき

同定、モデル化や事後更新理論などは、工学的諸問題を解決する上で、必要不可欠である。事前・事後情報には不確定要因が介在するから、Bayes 流の更新理論が重要になる。

本研究では、非正規確率場において、観測データ（ノイズを含む）が与えられた条件下で、未観測点での物理量を推定するための同定アルゴリズムを提案する。具体的には、対数正規確率場を取り扱い、提案する逐次型同定法と理論解¹⁾を比較し、本アルゴリズムの有効性を検討する。

2. 逐次型同定アルゴリズムの提案

(1) 状態方程式と観測方程式

ここでは状態量の線形モデルと非線形な観測モデルを仮定する。 k 番目のデータセットに対し、正規確率場の状態量（総数 L ）を $X_k = (x_{k1}, \dots, x_{kL})^T$ 、非正規確率場の観測量（総数 N ）を $Y_k = (y_{k1}, \dots, y_{kN})^T$ とする。すると、状態方程式は式 (1) で、観測方程式は式 (2) で表せる。

$$X_k = f(X_{k-1}, k-1) + w_{k-1} \quad (1)$$

$$Y_k = h(X_k, k) + v_k \quad (2)$$

ここで、 $f(X_{k-1}, k-1)$ は状態量の更新過程を意味する関数である。 $h(X_k, k)$ は状態量と観測量を結びつける任意の非線形関数である。 w_{k-1} と v_k はシステムノイズと観測ノイズであり、ホワイトノイズで表す。

(2) 非正規確率場から正規確率場への変換

本研究では、条件付非正規確率場の同定問題を取り扱うために、まず、これを正規確率場に変換する。

観測データから、非正規確率分布 $P[Y \leq y_0]$ を求める。図 1 のように、これを正規確率分布に対応させると、逆関数が求められる。すなわち正規確率変数 X は、 $X = P^{-1}[Y \leq y_0]$ によって、表せる。すなわち、 $y = h(x)$ の関係が得られる。例えば、 $h(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$ のように表すことができる。各係数は、観測データを用いると、回帰される。

(3) 推定アルゴリズム

変換された正規確率場の無条件平均値と無条件共分散を初期値 ($\hat{X}_{0|0}$ と $P_{0|0}$) とする。すると、条件付正規確率場の補間問題は、図 2 のアルゴリズムによって、処理することができる。

正規確率場における最適推定値 $\hat{X}_{k|k}$ と推定誤差共分散 $P_{k|k}$ を用いて非正規確率場に変換すると、最適推定値 $\hat{Y}_{k|k}$ と推定誤差分散 $\hat{P}_{k|k}$ が得られる。

ここで重要なことは、不偏性を満たすように逆変換を行うことである。この条件を満足する近似式の一つは図 2 のようになる。

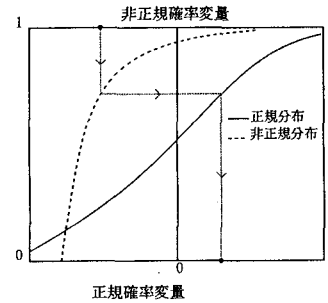


図 1 正規確率変数と非正規確率変数の関係

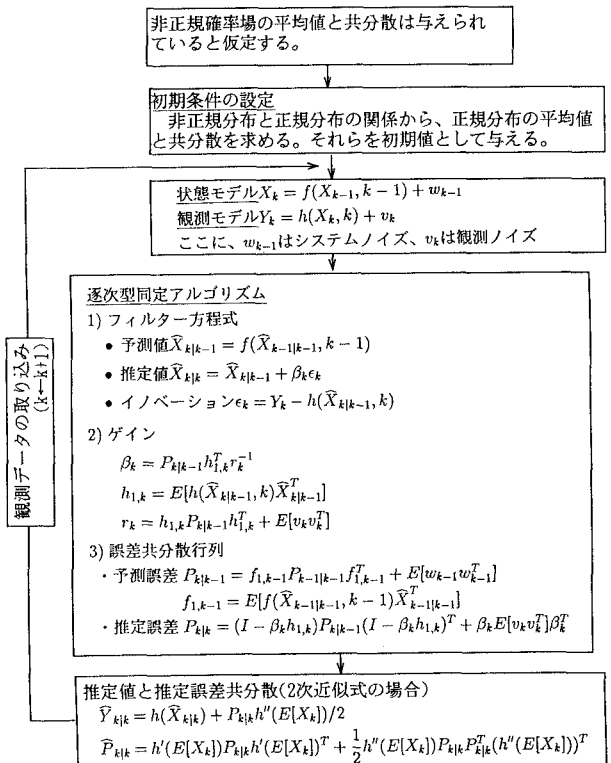


図 2 条件付非正規確率場の同定アルゴリズム

3. 計算結果および考察

ここでは、2. で述べた同定アルゴリズムを用いて、数値分析を実施する。対象とした確率場は対数正規分布を満足する。無条件場において、平均値は $E[Y(x)] = 2(1 + |\sin \frac{\pi}{50} x|)$ 、共分散は $Cov(Y(x_1), Y(x_2)) = 2e^{-\frac{\|x_1 - x_2\|}{4}}$ でモデル化する。簡単のため、1次元の補間(内挿・外挿)問題を取り扱う。

観測値は等間隔に11点与えた。これは、1観測データから、10地点のサンプル場をシミュレートして得たものである。未観測点は136地点とした。

状態方程式としては $X_k = X_{k-1} + w_{k-1}$ を、観測方程式としては $y_k = e^{w_k}$ を考えた。ノイズ w の平均値は0、分散は任意の値に設定した。

観測ノイズを考慮しないときの最適推定値(理論解¹⁾と本逐次型同定法による結果)を図3に示す。ただし、逆変換のとき、最適推定値には4次近似、推定誤差分散には10次近似を用いている。点線は無条件場の平均値を、実線は最適推定値、○は観測データである。逐次型同定法による結果は理論解と完全に一致している。このことは図4の推定誤差分散においてもほぼ成り立つ。ただし、無条件場の分散が大きいとき、近似はあまりよくない。この場合、観測点において、推定誤差分散は0となる。

一方、観測ノイズを含むと、最適推定値および推定誤差分散は図5のようになる。図中、○はノイズを含む観測データ、×はノイズのない真の物理量である。この場合、ノイズの存在により、一組の観測データを処理するだけでは真値を必ずしも推定できないことがわかる。しかし、推定値は、無条件場の平均値に漸近する傾向にあり、内外挿の補間の特徴を忠実に現している。

図4と図5の比較より、推定誤差分散はノイズの影響を強く受けていることがわかる。つまり、観測点において、推定誤差分散は0になっていない。この推定誤差分散は観測データに依存しない。このことは、アルゴリズムの展開ならびに数値分析から、明らかである。

4. あとがき

本研究では、対数正規確率場を対象とし、条件付非正規確率場の同定アルゴリズムの有効性を検討した。その結果は次のようになる。

- 1) 事前の情報だけでなく、逐次的に得られる情報も取り入れ、非均一・非正規場でも同定できる条件付推定法のアルゴリズムを展開した。
- 2) 観測ノイズを含まない場合、本同定アルゴリズム(オンライン処理)によれば、理論解(オフライン処理)と完全に一致した解が得られた。このことは、データをリアルタイムに処理するのに、都合がよいことを示唆している。
- 3) 観測ノイズを含むと、ノイズを有さないときに比べ、推定誤差分散は観測点で0にならない。この結果は観測データに依存しない。最適推定値も同様にノイズに乱され、真値を同定することができない。ただし、複数のデータセットを取り込むことにより、最適推定値と推定誤差分散はノイズのないそれらに更新されていく可能性がある。

参考文献

- 1) 野田 茂・星谷 勝: 条件付対数正規確率場の同定、第9回日本地震工学シンポジウム(投稿中)。

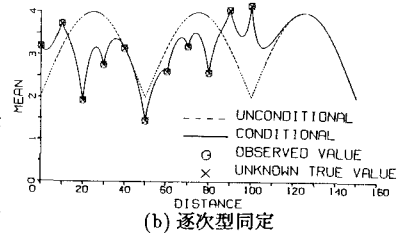
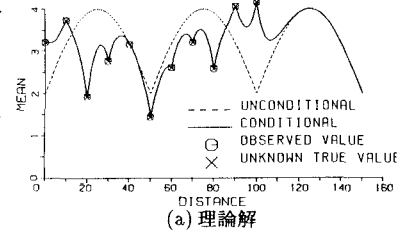


図3 ノイズを考慮しないときの最適推定値

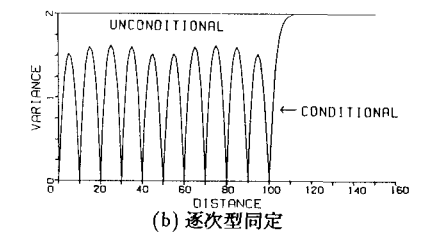
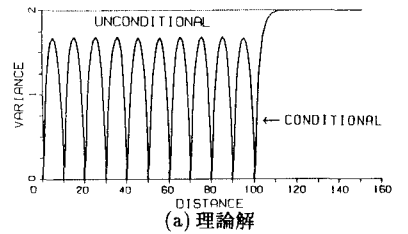


図4 ノイズを考慮しないときの推定誤差分散

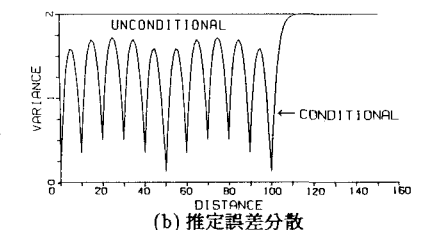
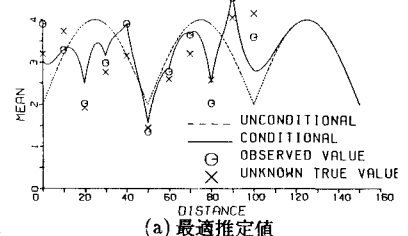


図5 ノイズを考慮したときの逐次型同定の結果