

1. まえがき

これまで、地震観測記録を確率過程のサンプル実現波形とみなし、AR 過程のような確率システム論を用いて、その現象を同定することが試みられている^{1),2)}。その際、地震動をAR モデルで表し、AR 係数を状態量にとり、状態方程式と観測方程式を定義している。AR 係数は、カルマンフィルターによって同定され、将来時点の地震動の予測が行われる。この方法によると、必ずしも高い予測精度を与えないことが知られている。そこで、本研究では、AR 係数だけでなく、過去の時点における地震動を同時に状態量にとることにより、予測精度の改良を図る。

2. カルマンフィルターによる自己回帰過程の同定

(1) AR モデル

AR モデルによって地震動を表せば、次式が得られる。

$$x_k = \sum_{m=1}^M a_m x_{k-m} + v_k \quad (1)$$

ただし、 x_k は離散時点 k ($t = k\Delta t$, Δt =サンプリング時間間隔)における地震動、 v_k はガウスホワイトノイズ、 a_m はAR 係数(次数 M)である。なお、地震動とノイズの平均値は0とする。

(2) 既往のアルゴリズム

既往の研究^{1),2)}によれば、状態方程式は式(2)で、観測方程式は式(3)で表すことが多い。

$$\left. \begin{aligned} X_k &= IX_{k-1} \\ \text{ただし、} X &= \{a_1, a_2, \dots, a_m\}^T, \quad I = \text{単位行列} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} y_k &= H_k X_k + v_k \\ \text{ただし、} H_k &= \{x_{k-1}, x_{k-2}, \dots, x_{k-M}\} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

すなわち、状態量 X_k にはAR 係数を、観測行列 H_k には過去の時点における地震動を含む。

式(2)と(3)に対し、カルマンフィルターのアルゴリズムを適用すれば、AR 係数を同定することができる。ただし、観測更新はなされるが、状態遷移行列が単位行列のため、状態量の時間更新は行われない。

現時点までの地震動の観測値あるいは推定値を用いて、観測行列を定義する。すると、式(3)の平均操作を繰り返し適用することにより、将来時点の地震動を予測することができる。

(3) アルゴリズムの改良

ここでは、式(1)の a_m に加えて、 x_{k-m} もカルマンフィルターで同定することを考える。従って、状態量は、 x_{k-m} ($m = 0 \sim M-1$)と a_m ($m = 1 \sim M$)を用いて、 $X_k = \{x_k, x_{k-1}, \dots, x_{k-M+1}, a_1, a_2, \dots, a_M\}^T$ で表せる。

X_k の i 番目の要素を $X_{i,k}$ ($i = 1 \sim 2M$)で示すと、状態方程式は式(4)で、観測方程式は式(5)で定義できる。

$$X_{k+1} = f(X_k) + V_k$$

$$\text{ただし、} f(X_k) =$$

$$\left\{ \sum_{m=1}^M X_{M+m,k} X_{m,k}, X_{1,k}, \dots, X_{M-1,k}, X_{M+1,k}, \dots, X_{2M,k} \right\}^T$$

$$V_k = \{1 \ 0 \ \dots \ 0 \ 0 \ \dots \ 0\}^T v_{k+1}$$

$$y_k = H_k X_k$$

$$\text{ただし、} H_k = (1 \ 0 \ \dots \ 0) \quad ((1 \times 2M) \text{ベクトル})$$

式(4)よりわかるように、状態方程式は状態量に関して非線形である。拡張カルマンフィルターを適用するため、非線形関数 $f(X_k)$ は、 X_k の近傍 X_k^* においてテーラー展開し、線形化しなければならない。その結果、状態方程式は式(6)、フィルター方程式は式(7)のようになる。

$$\left. \begin{aligned} X_{k+1} &= \Phi_{k+1/k}(X_k^*) X_k + G_k + V_k \\ \text{ただし、} G_k &= f(X_k^*) - \Phi_{k+1/k}(X_k^*) X_k^* \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$$\hat{X}_{k+1/k} = f(\hat{X}_{k/k}) \quad (7)$$

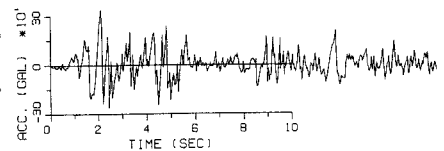
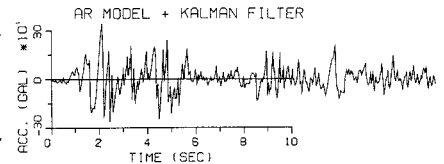
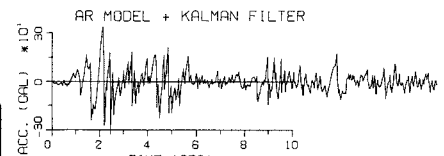


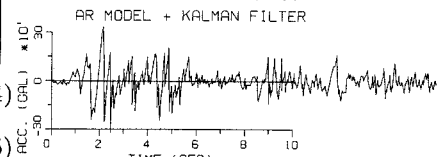
図1 対象とした地震加速度記録



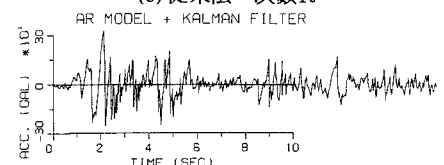
(a) 提案手法一次数5



(b) 従来法一次数5



(c) 従来法一次数10



(d) 従来法一次数20

図2 改良法と従来法による予測波の比較

式(6)において、 $\Phi_{k+1/k}$ は状態遷移行列、 G_k は確定項である。カルマンフィルターを用いれば、 k 時点までの観測地震動が得られると、最適推定値 $\hat{X}_{k/k}$ が求められる。そこで、上式において、 X_k^* としては $\hat{X}_{k/k}$ を採用する。

$\Phi_{k+1/k}$ はヤコビアン行列を意味する。その要素は、次項を除くと、0である。

$$\left. \begin{aligned} \phi_{1,i} &= X_{M+i,k}^* \quad (i=1 \sim M) \\ \phi_{1,M+i} &= X_{i,k}^* \quad (i=1 \sim M) \\ \phi_{i,i-1} &= 1 \quad (i=2 \sim M) \\ \phi_{i,i} &= 1 \quad (i=M+1 \sim 2M) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

3. 数値計算結果

対象とした地震動は、図1に示す如く、1940年のImperial Valley地震時のEl Centro NS成分の加速度記録である。ここでは、1ステップ将来の地震動予測の結果について、考察する。なお、状態量の初期推定値 $\hat{X}_{0/0}$ は0、推定誤差共分散 $\hat{P}_{0/0}$ は単位行列、ノイズの分散は10に設定した。

図2には本手法および既往の考え方で求められた予測波を示す。提案手法では次数5のARモデルを採用している。次数の影響を見るために、既往の方法では3つのケース($M=5, 10, 20$)を計算した。

図1と図2(a)を重ねると、両者はほぼ完全に一致する。図2(b)～(d)と図2(a)の波形は同一の形を示しており、見た目には違いがわからない。次数の違いは予測波に若干の影響を及ぼす。しかし、次数を大きくとっても、予測波の挙動に大きな相違は見られない。

図3には、図2に対応して、時点 k での観測値 y_k と時点 $(k-1)$ で予測された値 $\hat{y}_k$ の差、すなわちイノベーションを示した。本方法によれば、誤差のピーク値は 10^{-6} galほどである。それに対し、既往のアルゴリズムによる誤差は大きく、数百galに達している。地震動の振幅の大きい時点で、誤差は特に大きくなっている。次数がイノベーションに及ぼす影響は大きくない。このことは、次数を大きくとっても、あまり意味のないことを示唆している。

図4には1次と2次のAR係数を示した。強震動が生起するまでの数秒間において、AR係数は激しく変動し、その後は一定値に収束する傾向にある。提案した方法と既往の方法によるアルゴリズムの差はAR係数の変動にほとんど影響しない。図3の結果も併せて検討すると、このことは、観測行列に状態量を含まず、状態量に地震動の情報を導入することにより、著しい精度の向上が図れることを意味する。

4. あとがき

本研究では、地震動をARモデルで表し、AR係数と過去の時点での地震動を状態量にとって、拡張カルマンフィルターのアルゴリズムによって、地震動をオンラインで予測する手法を提案した。AR係数のみを状態量にとる既往の方法に比べ、本アルゴリズムによれば、予測精度がかなり向上することが明らかにされた。本研究では最適予測問題を解くことができる。制御のようなリアルタイム処理を行う際、本手法は十分に威力を発揮すると考えられる。

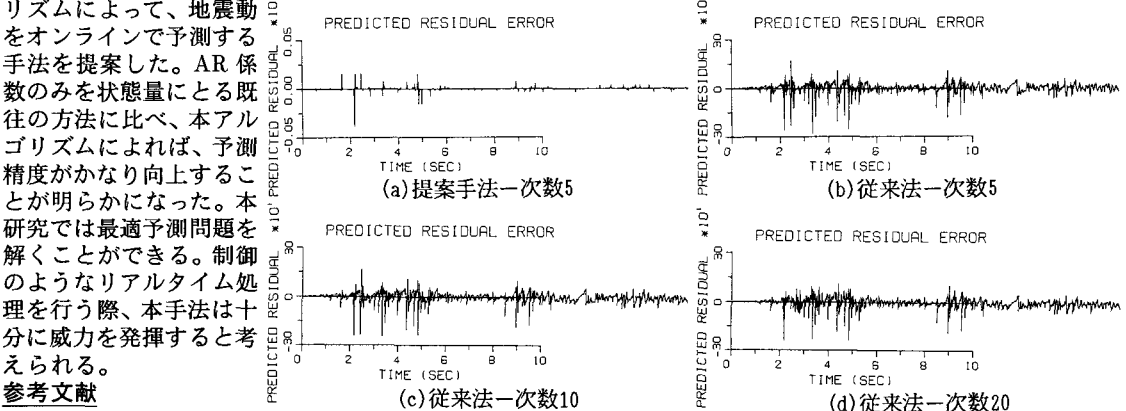


図3 改良法と従来法によるイノベーションの比較

1) 星谷 勝・丸山 収：
多変量一次元 AR
モデルの逐次同定
法、土木学会論文
集、第 416 号/I-
13、pp.349～355、
1990年4月。

2) 佐藤忠信・土岐憲
三・橋本雅道：作用
時間遅れを考慮し
た構造物の震動制
御、土木学会論文
集、第 428 号/I-
15、pp.193～202、
1991年4月。

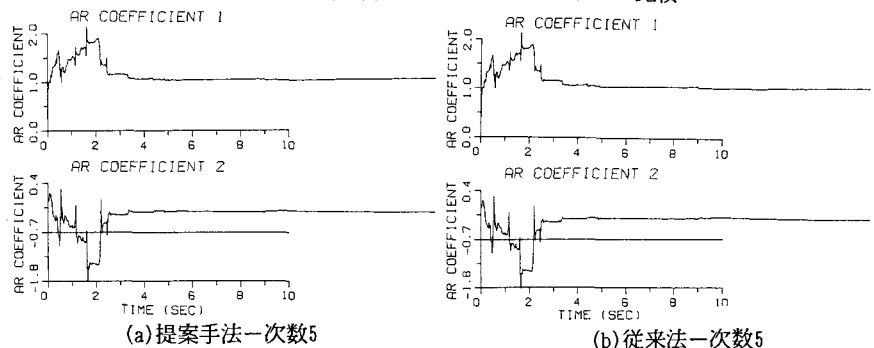


図4 改良法と従来法によるAR係数の比較