

I - 671

最大地動パラメータ(最大加速度、最大速度、最大変位)と地震動スペクトルの卓越周期の関係に関する理論的考察

東北工業大学 正員 神 山 眞

1 はじめに 不規則振動理論の知見によれば最大加速度、最大速度、最大変位などの最大地動パラメータはそれぞれの振動の卓越周期を介して何らかの関係で結ばれていると推定される。振動の最大値とそれを与える特性周期はともに地震被害に関与する重要なパラメータであるので、それらの関係が何らかの形で明らかになれば、構造物の耐震設計法の簡易化に大きな貢献をなすと考えられる。沢田ら¹⁾は最大地動パラメータとそれらの卓越周期の関係を統計的に考察して、一定の相関を指摘している。ここでは、最初に最大地動パラメータとそれらの卓越周期の関係を不規則振動理論に基づき理論的に考察し、簡単な定理を与える。さらに、この定理と筆者ら²⁾により導かれている最大地動パラメータの半経験的な減衰式により、加速度スペクトル、速度スペクトル、変位スペクトルにおける卓越周期の大きさの地震マグニチュード依存性を導く。

2 不規則振動理論による最大地動パラメータと卓越周期の関係

いま、地震記録 $f(t)$ とそのフーリエ変換 $F(f)$ とするとParsevalの公式から次の関係が成り立つ。

$$\text{rms}[f(t)]_T = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} |F(f)|^2 df} \quad (1)$$

ここに、 $\text{rms}[\]_T$ は $f(t)$ のduration T でのrms値、 t =時間、 f =振動数。

式(1)の関係を加速度記録 $a(t)$ とそのフーリエ変換 $A(f)$ 、速度記録 $v(t)$ とそのフーリエ変換 $V(f)$ に適用すると次のように置ける。

$$\text{rms}[a(t)]_{T_a} = \sqrt{\frac{1}{T_a} \int_{-\infty}^{\infty} |A(f)|^2 df} \quad (2)$$

$$\text{rms}[v(t)]_{T_v} = \sqrt{\frac{1}{T_v} \int_{-\infty}^{\infty} |V(f)|^2 df} \quad (3)$$

上の二つの式で T_a 、 T_v はそれぞれ $a(t)$ と $v(t)$ のdurationとしている。

ところが、 $A(f)$ と $V(f)$ は下記の式(4)の関係で結ばれているから、 $V(f)$ の2次モーメント m_v^2 と0次モーメント m_v^0 はそれぞれ以下の式(5)、(6)のように $a(t)$ と $v(t)$ のrms値で与えられる。

$$2\pi f |V(f)| = |A(f)| \quad (4)$$

$$m_v^2 = 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} |A(f)|^2 df = 2\pi T_a \{\text{rms}[a(t)]_{T_a}\}^2 \quad (5)$$

$$m_v^0 = 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} |V(f)|^2 df = 2\pi T_v \{\text{rms}[v(t)]_{T_v}\}^2 \quad (6)$$

ここで $A(f)$ と $V(f)$ の中心振動数 $\bar{f}_a$ 、 $\bar{f}_v$ を導入して、それぞれ $a(t)$ 、 $v(t)$ の卓越振動数と等しいとすると、これらはそれぞれのスペクトルの0次モーメントと2次モーメントの比の平方根で与えられる。さらに、この関係に式(5)、(6)を適用すると $\bar{f}_v$ は次のようになる。

$$2\pi \bar{f}_v = \sqrt{(m_v^2 / m_v^0)} = (\text{rms}[a(t)]_{T_a} / \text{rms}[v(t)]_{T_v}) \sqrt{T_a / T_v} \quad (7)$$

ところが、 $a(t)$ 、 $v(t)$ のduration T_a 、 T_v は極値(Extrema)の数 N_a 、 N_v を介して、 $\bar{f}_a$ 、 $\bar{f}_v$ と次の関係で結ばれている。

$$T_a = N_a / (2\pi \bar{f}_a) \quad (8) \quad T_v = N_v / (2\pi \bar{f}_v) \quad (9)$$

一方、 $a(t)$ と $v(t)$ の最大値を $a_{\max}$ 、 $v_{\max}$ とすると、それらの期待値は不規則振動理論³⁾によりrms値と極値の数により表現できる。たとえば、 $a_{\max}$ の場合、次のように書ける。

$$E[a_{\max}] = \text{rms}[a(t)]_{T_a} \{2 \ln \sqrt{N_a} + \gamma / \sqrt{2 \ln(N_a)}\} \quad (10)$$

ここに、 $E[\]$ は期待値、 γ はEulerの定数。

$v(t)$ の最大値 $v_{\max}$ についても式(10)と同形の関係が成立する。

いま、 $a_{\max}$ 、 $v_{\max}$ に成り立つ式(10)の関係において、 $N_a = N_v = N$ の極値をとるdurationを $a(t)$ 、 $v(t)$ に対して適用すると、

$$E[a_{\max}] / E[v_{\max}] = \text{rms}[a(t)]_{T_a} / \text{rms}[v(t)]_{T_v} \quad (11)$$

ここに $T_a = N / (2\pi \bar{f}_a)$ 、 $T_v = N / (2\pi \bar{f}_v)$ 、

結局、 $a_{\max}$ と $v_{\max}$ はそれぞれの卓越振動数 $\bar{f}_a$ 、 $\bar{f}_v$ と次の関係を持つことになる。

$$E[a_{\max}] / E[v_{\max}] = 2\pi \sqrt{\bar{f}_a \bar{f}_v} \quad (12)$$

もちろん、式(12)の関係は最大速度 $v_{\max}$ 、最大変位 $d_{\max}$ とそれぞれの卓越振動数 $\bar{f}_v$ 、 $\bar{f}_d$ についても同様に成立する。

式(12)を視察すれば明かなように、 $a_{\max}$ と $v_{\max}$ はそれぞれのスペクトルの卓越振動数の相乗平均によって決定されることがわかる。

以上をまとめると、最大地動パラメータと卓越振動数の関係についての定理を次のような表現で与えることができる。

定理 (最大地動パラメータと卓越振動数に関する定理)

最大加速度、最大速度、最大変位のうち双隣する二つのパラメータはそれぞれのスペクトルの卓越振動数の相乗平均を有効振動数として、調和振動の微積分による振幅と振動数の関係と全く同じ関係で結ばれている。

3 地震動スペクトルにおける卓越周期の

地震マグニチュード依存性

上述の定理では二つの最大地動パラメータとそれぞれのスペクトルにおける卓越周期は相対的な関係として与えられ、絶対値は特定できない。しかし、加速度スペクトル、速度スペクトル、変位スペクトルの卓越周期をそれぞれ $\bar{T}_a$ 、 $\bar{T}_v$ 、 $\bar{T}_d$ とすると、これらには $\bar{T}_a \leq \bar{T}_v \leq \bar{T}_d$ の関係が期待されるので、各卓越周期の範囲は限定される。途中の誘導を省略して、それぞれの範囲は次のように与えられる。

$$2\pi v_{\max}^3 / (a_{\max}^2 d_{\max}) \leq \bar{T}_a \leq 2\pi v_{\max} / a_{\max} \quad (13)$$

$$2\pi d_{\max} / v_{\max} \leq \bar{T}_d \leq 2\pi a_{\max} d_{\max}^2 / v_{\max}^3 \quad (15)$$

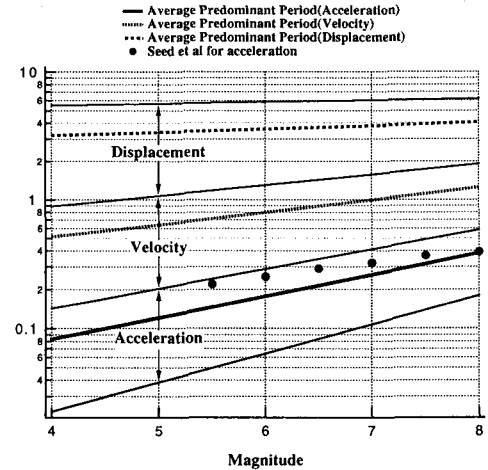


図1 卓越周期とマグニチュードの関係

式(13)～(15)により最大地動パラメータがわかれば、卓越周期の範囲は簡単に求めることができることになる。ここで、式(13)～(15)の適用例として既往の最大地動パラメータに関するアテニュエーション式を利用して地震動の加速度スペクトル、速度スペクトル、変位スペクトルの卓越周期の地震マグニチュード依存性を求めてみる。

Kamiyamaら²⁾は断層理論と強震記録データを用いて、最大加速度、最大速度、最大変位の地震マグニチュードと震源距離によるアテニュエーション式を半経験的に誘導している。彼らの式では各最大地動がlocal siteの影響を受けない基盤(岩盤)での値と表層地盤の増幅率を考慮した値の両者が与えられるようになっている。その詳細はKamiyamaら²⁾を参照されたい。ここでは、基盤でしかも震源断層内で予測される最大地動から卓越周期の範囲を求めてみた。図1はこの結果を示したものである。

図1では加速度スペクトル、速度スペクトル、変位スペクトルの卓越周期の範囲が地震マグニチュードとともに、どのように変動するかが与えられている。また、同図では加速度、速度、変位のそれぞれの卓越周期の範囲の中央値もプロットされている。図1から地震動の卓越周期はマグニチュードとともに大きくなるという性質が明瞭に読み取れる。震源における地震動スペクトルについては未知の部分が多いが、図1はその卓越周期の大きさに一つの知見を与えるものといえよう。震源における地震動のうち速度、変位の卓越周期についての系統的な研究はほとんどなされていないが、加速度についてはSeedら⁴⁾の研究が知られている。SeedらはCaliforniaの地震により岩盤サイトで得られた強震記録を整理して、加速度記録の卓越周期におけるマグニチュード依存性を図で与えている。図1では彼らの図から読み取った加速度記録の卓越周期(震源領域内)もプロットされているが、Seedらの値はここで予測される加速度記録の卓越周期の範囲にあり、本研究の結果と調和的である。

4 おわりに

不規則振動理論により最大地動パラメータと地震動スペクトルの卓越周期の関係に関する定理を誘導した。また、卓越周期のマグニチュード依存性についても最大地動の半経験的アテニュエーション式を利用して検討した。ここでの考えを拡張すると加速度、速度、変位地震動のスペクトルも推定することができる。これについては、別途報告する。

参考文献 1) 沢田ら: 第21回地震工学研究発表会講演集, p. 41～44 (1991)、2) Kamiyama et al: 土木学会論文集No. 483, p. 29～39 (1994)、3) Nigam: Introduction to Random Vibrations, MIT Press (1983)、4) Seed et al: Journal of Soil Mechanics and Foundations, ASCE, 1969 Septm, p. 1199～1218