

山口大学工学部 〇清野 純史  
清水建設(株)大崎研究室 鈴木 誠  
山口大学工学部 三浦 房紀  
建設省中国地方建設局 中野 崇

1. はじめに 近年、観測点では標本値として観測された波形を厳密に満たし、その他の点では確率場の特性を満足するような地震動の条件付きシミュレーション法が種々提案されている<sup>1)-5)</sup>。本研究では、従来水文学や地盤物性値の空間分布の推定法<sup>6)</sup>等によく用いられてきたクリッキング法の推定誤差共分散が、カルマンフィルタの観測更新による推定誤差と等価であることに着目し、場の確率特性として指数型の共分散関数が与えられた場合に、時間方向、空間方向の相関をそれぞれ満足するような波形を、カルマン・フィルタとクリッキングのハイブリッド法によりシミュレートした。

2. 観測波形と線形補間 まず、次の連続型確率微分方程式を考える。簡単のためスカラー量と考えたと

$$\dot{x} = ax + b\gamma \quad (1)$$

ここで、 $x$  は白色雑音  $\gamma$  によってドライブされる状態変数、係数  $a, b$  は確率場を支配するパラメータであり、本研究ではそれぞれ  $-2, 2$  としている。この式の離散表示は次式で与えられる。

$$x_k = \Phi x_{k-1} + b \gamma_{k-1} \sqrt{\Delta t} \quad (2)$$

式(1)で与えられる方程式を満足する状態量は、次式で与えられる共分散関数を持つ。

$$C(\tau) = -\frac{b^2}{2a} e^{a\tau} \quad (3)$$

本研究では、式(1)の定数  $a, b$  は確率場を規定するパラメータとして与えられているものとしている。

図-1(a)は、川上の手法<sup>1)</sup>を用い、波動の伝播に伴ってコヒーレンスが減少しながら時空間的な相関を満足するように発生させた波形である。観測波形は3点で得られており、波形を推定すべき点は6点である。また、各観測点間距離は100(m)、波動の伝搬速度を1000(m/sec)と仮定している。入力白色雑音については、観測波形が得られても通常は未知であるが、場を規定するパラメータさえ既知であれば推定可能である<sup>7)</sup>ので、与えられた波形から逆推定した。

クリッキング手法とは、未測定点の推定値  $x$  を次式のように観測点  $x_0$  の線形結合で表したとき、

$$x = \sum_{i=1}^n \lambda_i x_i \quad (4)$$

において、真値と推定値との誤差の分散値を最小とする重み係数を求める手法である。ただし、ここで扱っているクリッキングは、平均値が既知( $=0$ )の多変量正規分布の条件付き分布を考えていることになる。このときの推定誤差は、観測点、未観測点の共分散をそれぞれ  $Q_{00}, Q_{0x}, Q_{x0}, Q_{xx}$  とすると次式で与えられる。

$$P = Q_{xx} - Q_{x0} Q_{00}^{-1} Q_{0x} \quad (5)$$

図-1(b)はクリッキングにより推定された波形である。推定誤差を最小にする規範で求められているが、得られた波形は確率場の特性を満足するとは限らない。

3. カルマンフィルタとクリッキング カルマンフィルタの状態方程式、観測方程式は次式で与えられる。

$$X_k = \begin{bmatrix} \Phi & 0 \\ \lambda & 0 \end{bmatrix} X_{k-1} + \begin{Bmatrix} B \\ 0 \end{Bmatrix} \gamma \quad (6)$$

$$y_k = [I \ 0] X_k \quad (7)$$

ただし、状態量  $X$  は観測点での状態量  $x_0$  と未観測点での状態量  $x$  から成っている。この観測方程式による未測定点の推定誤差共分散は、クリッキングによる推定誤差共分散と一致する。また、状態方程式の未測定点に対応する遷移マトリクスにはクリッキングにより推定された重み係数を入れているが、時間更新アルゴリズムに従うと推定誤差共分散の値が0となり、観測更新に引き継ぐことができない。したがって、時間更新のたびに状態量の共分散を初期値とし、観測の度に更新される推定誤差共分散行列  $P$  を次式のようにコレスキー分解することにより、空間方向の確率場の特性を満たす波形を実現する。

$$P = L \cdot L^T, \quad x_c = L \psi \quad (8)$$

ここに、 $\psi$  は平均値0、分散1の正規乱数ベクトルである。図-2(a)は、空間方向の確率特性を満足するように  $P$  をコレスキー分解した結果の時系列を表したものであり、これをクリッキングによって得られた波形に加えたものが図-2(b)である。この場合、コレスキー分解は各時間ステップごとに独立に行っているため、未観

測点における推定波形の時間方向の相関は満足されていない。

この点を解決するために、図-2(a)に示されるような時々刻々得られる波形を再度式(2)の支配方程式の入力として通し、これによってドライブされる波形 $x_p$ をクリッピング波形に加えることにする。もちろん、推定誤差共分散の値 $P$ は保持したまま操作を行う。こうして得られた波形を示したものが図-3(a)であり、図-3(b)は(a)の波形をクリッピングによる波形に加えた、本研究の最終結果である。得られた波形の時間方向の相関は、次式のようになる。ただし、 $\tau_{ij}$ は2地点間の距離に相当する時間のずれである。

$$E\left\{\left(\sum_{i=1}^n \lambda_i x_i(t) + x_p(t)\right)\left(\sum_{j=1}^n \lambda_j x_j(t+\tau) + x_p(t+\tau)\right)\right\} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j C(\tau + \tau_{ij}) + P C(\tau) \quad (9)$$

共分散関数が指数型のため、 $C(\tau + \tau_{ij}) = C(\tau)C(\tau_{ij})$  となること、および  $C(0)$  の値を考慮すると、式(9)の右辺は  $C(\tau)$  となる。すなわち、式(3)で表される関数に一致する。

**4. 結論** 1階の確率微分方程式で規定される場を対象として、その共分散関数が指数型で表現される場合にカルマンフィルタとクリッピング手法を組み合わせることにより、確率場の特性を満たすような条件付きシミュレーションが可能となる。

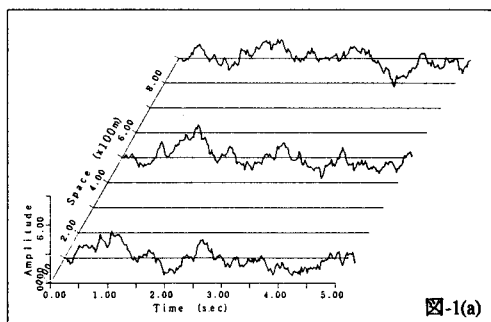


図-1(a)

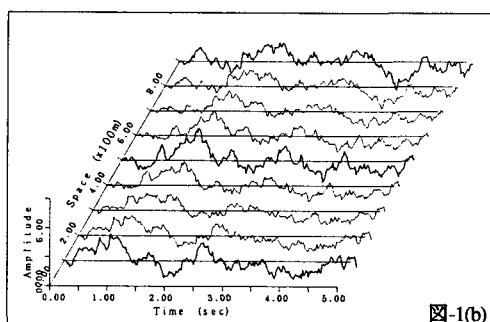


図-1(b)

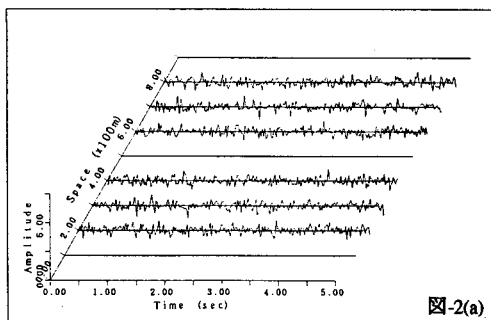


図-2(a)

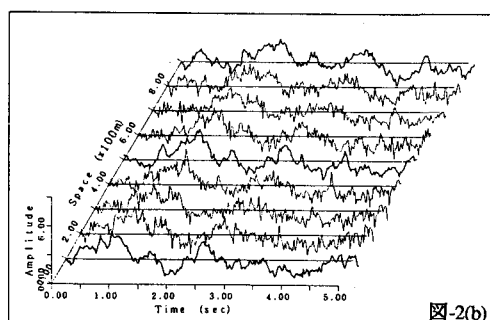


図-2(b)

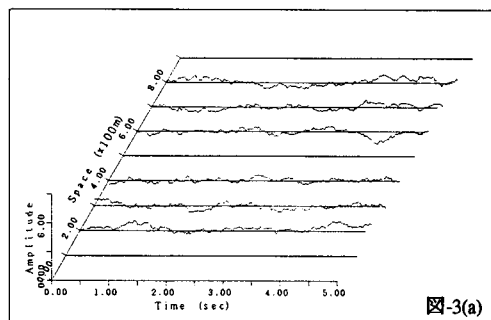


図-3(a)

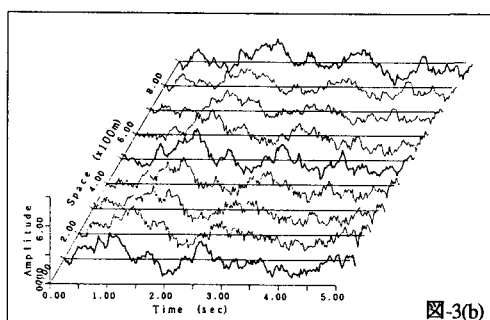


図-3(b)

**謝辞** 本研究は文部省科学研究費試験研究(B)（代表：武蔵工業大学 星谷 勝）により行われたものである。

**参考文献** 1) 川上：土木学会論文集、第410号、pp.435-443, 1989. 2) 亀田・盛川：第21回地震工学研究発表会、pp.189-192, 1991. 3) 土岐・佐藤・清野：土木学会第48回年次学術講演会概要集、1992. 4) 星谷：土木学会論文集、第459号、pp.113-118, 1993. 5) 丸山：土木学会第48回年次学術講演会概要集、1992. 6) 鈴木：土木学会論文集、第394号、pp.97-104, 1989. 7) Toki, Sato & Kiyono: Proc. of JSCE, No.410, pp.243-251, 1989.