

I-654

多孔質飽和弾性地盤に対する薄層要素を用いた点加振解

神戸大学工学部 正員 北村 泰寿

1. まえがき

本研究では、Biotの複合体理論に基づき、多孔質飽和弾性地盤に対する薄層要素を用いた加振解を誘導した。得られた薄層法加振解を境界要素法解との比較によって検証するとともに、薄層分割数による解の精度についても検討した。

2. 薄層法加振解の誘導の概要

飽和地盤は、空隙を有する弾性骨格と空隙を完全に満たす圧縮性の流体で構成されているものとする。このとき、支配微分方程式は次式のように得られる。なお、時間項 $e^{-i\omega t}$ は省略する。

$$G u_{i,jj} + (\lambda + G) u_{j,i} + \omega^2 \rho u_i + \omega^2 \rho_f v_i + \frac{R\alpha}{\beta^2} (\alpha u_{j,i} + \beta v_{j,i}) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{R\alpha}{\beta^2} u_{j,i} + \frac{R}{\beta} v_{j,i} + \omega^2 \rho_f u_i + \frac{\omega^2 \rho_f \beta}{\gamma} v_i = 0 \quad (2)$$

$$\text{ただし、} \quad \gamma = \frac{\omega \beta^2 \rho_f \kappa}{i \beta^2 + \omega \kappa (\rho_a + \beta \rho_f)}$$

ここに、 u_i は骨格の変位、 v_i は骨格と空隙水の相対変位、 λ 、 G はラーメの定数、 β は空隙率、 κ は透水性を表す係数、 ρ 、 ρ_f は飽和地盤と空隙水の密度、 ρ_a は慣性力の相互作用に関する質量連成係数である。また、 α はBiotの有効応力係数、 R はBiotの用いた構成則の係数で、詳細は文献1)に譲る。

剛基盤を有する二次元飽和地盤を、水平面に平行な薄層に分割した離散系にモデル化する。このとき、薄層内の変位を1次の変位関数を用いて表わし、式(1)、(2)のフーリエ変換式に、この関係を考慮してガラーキソ法を適用すれば、薄層に対する剛性方程式が求まる。これを全薄層に対して重ね合わせ、最下端での境界条件として骨格、空隙水ともに変位を0とおけば、次式の形の全体剛性方程式を得る。

$$(\xi^2 [A] + \xi [B] + [C]) \{\tilde{\Delta}\} = \{\tilde{P}\} \quad (3)$$

$$\text{ただし、} \quad \{\tilde{\Delta}\}^T = \{[\tilde{u}_1]^T, -[\tilde{u}_2]^T, [\tilde{v}_1]^T, [\tilde{v}_2]^T\}, \quad \{\tilde{P}\}^T = \{[\tilde{\sigma}_1]^T, [\tilde{\sigma}_2]^T, \{0\}^T, \beta[\tilde{p}]^T\}$$

ここに、 $\{\tilde{u}_i\}$ 、 $\{\tilde{v}_i\}$ 、 $\{\tilde{\sigma}_i\}$ 、 $\{\tilde{p}\}$ はそれぞれ各層上端の変位、全応力、水圧で構成されるベクトルである。また、 $\sim$ はフーリエ変換を施した波数領域での値を意味する。マトリックス $[A]$ 、 $[B]$ 、 $[C]$ の詳細は、紙面の都合上省略する。

式(3)の右辺を0と置けば、2次の固有値問題が形成される。この固有値問題に、文献2)の手法を適用して固有値、固有ベクトルを求める。固有ベクトルの直交条件を利用すれば、変位解は固有ベクトルの重ね合わせで表わすことができる。例えば、鉛直点加振による骨格の鉛直変位は、波数領域で次式のように求まる。

$$\tilde{u}_2^m = - \sum_{j=1}^{4N} \frac{\xi_j^2}{\xi_j^2 - \xi_2^2} \phi_{2,j}^m; \phi_{2,j}^n; Q_2^n \quad (4)$$

ここに、 $\tilde{u}_2^m$ は第 m 層上端の骨格変位、 Q_2^n は第 n 層上端に作用する点加振力の振幅である。また、 ξ_j および $\phi_{2,j}^m$ は j 次の固有値と固有ベクトルの第 m 層上端の値、 N は全層数である。式(4)にフーリエ逆変換を施せば、変位解はつぎのように得られる。

$$u_2^m = - \sum_{j=1}^{4N} J_j \phi_{2,j}^m; \phi_{2,j}^n; Q_2^n \quad (5)$$

$$\text{ただし、} \quad J_j = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\xi_j^2}{\xi_j^2 - \xi^2} e^{i\xi x} d\xi = -\frac{\xi_j}{2i} e^{-i\xi_j x} \quad (x > 0), \quad -\frac{\xi_j}{2i} e^{i\xi_j x} \quad (x \leq 0)$$

3. 計算結果とその考察

(1) 境界要素法解との比較

本研究で求めた薄層法加振解を検証するため、文献1)に得られている半無限基本解を用いた境界要素法解と比較する。計算例として、深さ10mの位置に剛基盤を有する多孔質飽和弾性地盤の表面点加振力による表面変位を調べる。境界要素法解析では、剛基盤面に一定要素を配置する。せん断波の波長を λ_s とすると、対象とする周波数範囲内において、要素長は $\lambda_s/10$ 以下、境界全長は $3\lambda_s$ 以上とする。また、薄層要素の厚さは、弾性地盤に対して薄層要素法加振解を適用した経験より、 $\lambda_s/25$ 以下($H=0.25m$, 40層)とする。地盤定数は、文献3)を参考にして、以下に示す値を用いる。

$$\lambda = G = 80 \text{ MPa}, \quad \kappa = 1.0 \times 10^{-9} \text{ m}^4/\text{N}\cdot\text{s}, \quad \beta = 0.375, \quad \rho = 2.0 \text{ t/m}^3,$$

$$\rho_f = 1.0 \text{ t/m}^3, \quad \rho_a = 150 \text{ kg/m}^3, \quad \nu_u = 0.48, \quad B = 0.94$$

ここに、 ν_u は非排水ポアソン比、 B はスケンプトン係数である。また、鉛直点加振力の大きさは、 $Q_2^T = Q_y = 1.0 \text{ kN}$ とする。

図-1は、加振点から5mの地表面における骨格変位の周波数応答である。低周波数と高周波数域で若干差異が生じているが、薄層法加振解は境界要素法解とはほぼ一致していると見なせる。比較の基準とする境界要素法解も数値近似解であるため厳密な検証とは言えないが、本研究で求めた薄層法加振解は有効な解と認められよう。

(2) 薄層要素の厚さに対する検討

層厚を小さくすれば厳密解に近づくことになるが、計算コストが掛かることになる。地盤定数等の計算条件を前節と同じとして、加振点から10mの地表面における骨格の鉛直変位の周波数応答に及ぼす層厚の影響を調べたものが図-2である。5層分割は問題外として、10層程度になれば、20Hz以下ではほぼ問題はないと言えよう。なお、20Hzのとき、薄層厚は $\lambda_s/10$ となっている。また、20層に分割すれば、25Hz程度までは精度は十分であると見なせる。25Hzのとき、薄層厚は $\lambda_s/16$ になる。これから判断して、前図で薄層厚を $\lambda_s/25$ に設定したことは精度上十分であったと言えよう。

4. あとがき

本研究は二次元地盤モデルに対して行ったが、三次元地盤モデルへの拡張に大きな障害はない。今後の問題として、地盤下方を半無限地盤モデルに拡張することが挙げられよう。

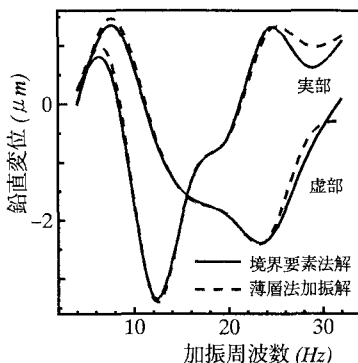


図-1 薄層法加振解の検証

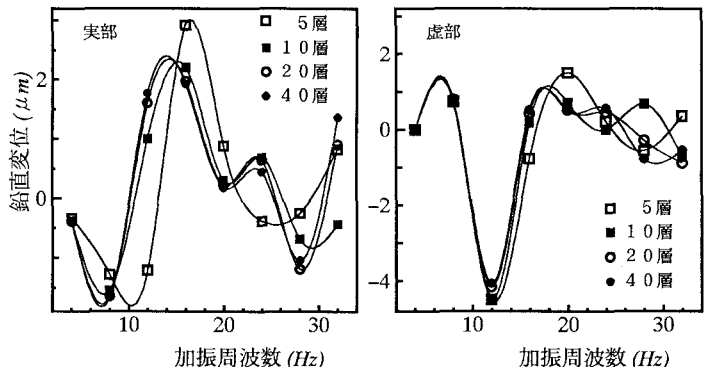


図-2 層分割数が変位解に及ぼす影響

- 文献 1)北村・他:建設工学研究所報告,第35号,1993. 2)Kausel:MIT Resaerch Report R81-13, No. 699, 1981.
3)風間・他:土木学会論文集,第446号/I-19, 1992.