

筑波大学 学生員 宮内 淳宏
筑波大学 正員 西岡 隆

1. はじめに

近年、構造物のアクティブ制振が注目を集めており、その効果は様々な論文により明らかにされている。しかし、土木構造物に対する制御に関しては、対象が非常に大きいという特徴があるため、制振装置の実用化のためには装置を駆動するエネルギーを小さくする必要がある。

そこで、本研究では、構造物の制振に最適予測制御を用いることにより、構造物に入力する外乱のエネルギーおよび制振装置が消費するエネルギーを同時に低減できることを数値解析によって示す。制御を行う際は未来の外乱を予測する必要があるが、外乱の予測には佐藤等²⁾によるカルマンフィルターを利用した予測法を用いた。

2. 制御則

運動方程式 (1)、および式 (1) を離散化した状態方程式 (2) について考える。

$$M\ddot{y} + C\dot{y} + Ky = f + Uu \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + Df(k) \quad \dots\dots (2)$$

ここで式 (2) において、 $x(k) = \begin{Bmatrix} \dot{y}(k) \\ y(k) \end{Bmatrix}$ なるベクトル、 $u(k)$ は制御力ベクトル、 $f(k)$ は外乱ベクトルである。

式 (2) に対して、現在から M ステップ先の外乱が予測できるとし、次の評価関数を定義する。

$$J = \sum_{k=-M+1}^{\infty} \left\{ x^T(k) Q x(k) + u^T(k) R u(k) \right\} \quad (3)$$

次に、制御入力を、予測した外乱の影響を考慮した

$$u(k) = F_0 x(k) + \sum_{j=0}^M F_f(j) f(k+j) \quad \dots\dots\dots (4)$$

とし、評価関数が最小となるような係数 $F_0, F_f(j)$ を求める。式 (4) の右辺第一項のみを考えた場合は、通常の最適レギュレータ問題であり、その解は、

$$F_0 = -(R + B^T P B)^{-1} B^T P A \quad (5)$$

$$P = Q - A^T P B (R + B^T P B)^{-1} B^T P A + A^T P A \quad (6)$$

となる。これを用い、右辺第二項の未定の係数 $F_f(j)$ を求めると、

$$F_f(j) = -(R + B^T P B)^{-1} B^T \xi^j P D \quad \dots (7)$$

$$\xi = (A + B F_0)^T$$

が得られる¹⁾。この系の閉ループ部分は最適レギュレータであることから閉ループ部分の安定性は確

保されている。また閉ループ部分が安定であることから ξ も安定行列となり、予測ステップを無限大に与えても制御力が発散することはない。

3. 解析モデル

解析の対象とするのは図1に示す各層にアクティブテンドン配した3層のせん断ラーメンである。各層の質量はそれぞれ $m_1 \sim m_3 = 5.0 \times 10^5 (kg)$ 、ばね定数は $k_1 \sim k_3 = 4.0 \times 10^7 (N/m)$ とする。減衰は Rayleigh 減衰とし、1, 2 次の減衰定数をそれぞれ、 $\zeta_1 = 0.02, \zeta_2 = 0.05$ と定め、減衰マトリクスを作成した。図1 解析モデル

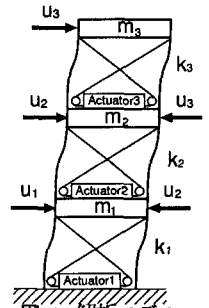


表 1 解析モデルの非減衰固有周期

	1 次	2 次	3 次
周期 (sec)	0.50	0.18	0.12

4. 数値解析および結果の考察

構造物に作用する外乱としては El Centro 地震波 (継続時間 30 秒) の最大加速度を 100gal に調整したものをを用いた。評価関数中の状態量に対する重み Q 、制御力に対する重み R としてはそれぞれ、

$$Q = \begin{bmatrix} C & O \\ O & O \end{bmatrix}, R = \alpha I \quad (\alpha = 1.0 \times 10^{-6})$$

サンプリング間隔として $\Delta t = 0.01 (sec)$ を用いた。また、外乱予測に用いる AR モデルおよびカルマンフィルターのパラメータとしては参考文献 [2] と同じ値を用いた。

はじめに、2 節で述べた開ループ系の性質を確認するために、式 (4) の行列 $F_f(j)$ のいくつかの要素の値を計算した結果を図3に示す。この図から $F_f(j)$ は予測ステップがある程度大きくなると 0 に収束することが分かり、それ以上予測ステップを増やしても効果がないことが分かる。このケース ($\alpha = 1.0 \times 10^{-6}$) では、ほぼ 500 ステップでどの要素も 0 に収束している。

一般には $F_f(j)$ の要素が 0 に収束するステップ数は行列 ξ の固有値に依存する。つまり、構造物の固有周期が同じなら、減衰が大きく、また相対的に

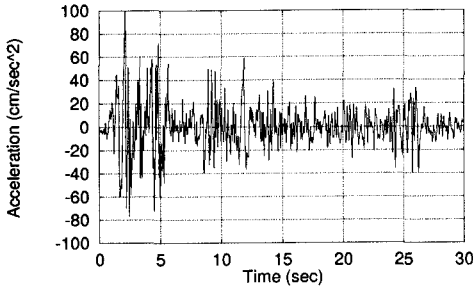


図2 入力加速度の時刻歴

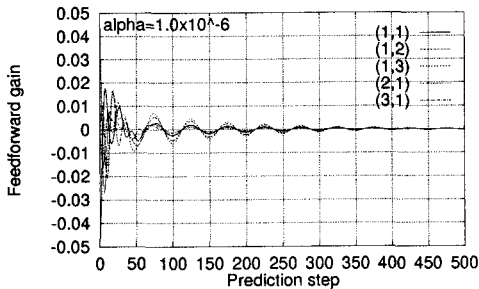


図3 フィードフォワードゲイン行列の各要素の値

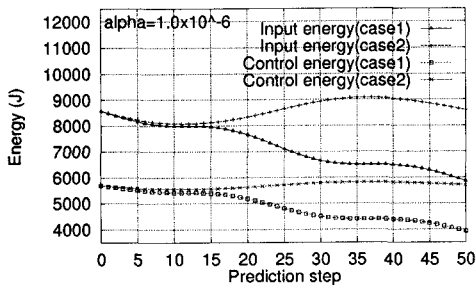


図4 予測ステップとエネルギーの関係

制御力にかかる重みを小さくする程少ないステップで収束する。このことは、直感的に減衰の大きい構造物では、予測ステップを大きくとつても、ある時刻で予測した未来の外乱に対して加えた制御力による応答がその外乱が作用するまでに減衰してしまふ、と考えると理解しやすい。

このように図3から外乱が正確に予測できるとした場合には、500 ステップ先（5 秒先）までの外乱の予測が有効であることが分かる。しかし、カルマンフィルターで外乱を予測する際には、予測ステップが大きくなるほど予測誤差が大きくなり、必ずしも予測ステップを大きく取れば良いとはいえない。そこで、カルマンフィルターを用いて外乱を予測した場合に有効な予測ステップ数を調べるため、図2の外乱をモデルに入力し、外乱の継続時間中に外乱がした仕事および制御に要したエネルギーと予測ステップの関係を図4、1～3 層の変位の最大値

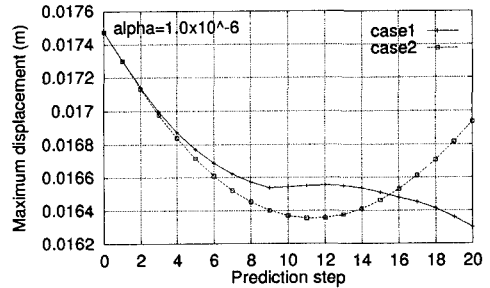


図5 最大変位と予測ステップの関係

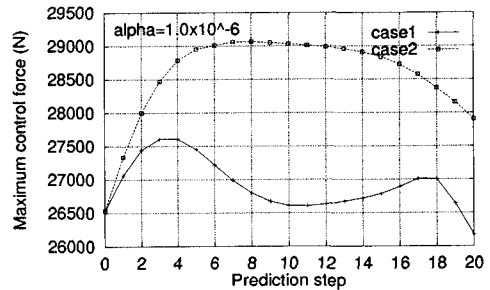


図6 最大制御力と予測ステップの関係

と予測ステップの関係を図5、アクチュエータ 1～3 が発生する最大制御力と予測ステップの関係を図6 にそれぞれ示した。

図4～6において、case1 は外乱が正確に予測できるとした場合、case2 は外乱を佐藤等による方法で予測した場合である。図4,5 によると、10 ステップまでの予測値を用いることにより、系に inputs するエネルギーと制御に要するエネルギーの双方が同時に低減され、最大変位も小さくできることが示されており、予測制御の有効性が確認できる。

一方、制御力については、case1, case2 とともに予測値を用いたほうが制御力が大きくなっている。これは、最大制御力が発生する直後に大きな外乱が作用することが原因であり、case2 についてはそれに加え、予測ステップが大きくなると予測値の位相が遅れることが影響している。

5. 結論

予測制御を構造物の制振に用いることにより、外乱が正確に予測できる場合のみならず外乱をカルマンフィルターで予測した場合においても、系に inputs するエネルギーおよび制御に要するエネルギーという二つの相反する量を同時に低減することができ、その有効性が示された。

参考文献

- 1) 土屋 武士, 江上 正:
デジタル予見制御, 産業図書, 1993
- 2) 佐藤, 土岐, 橋本:
作用時間遅れを考慮した構造物の振動制御,
土木学会論文集, No.428/I-15 pp.193~202, 1991.4