I－619　　外力が作用する構造系振動の各種オブザーバーによる状態推定

長崎大学工学部　正員○岡林隆敏　長崎県土木部　正員　木戸正敏
オイレス工業（株）正員　下田郁夫　日本工営（株）正員　山本　実

１．はじめに

構造物の振動制御において、限られた観測量のみで制御しなければならない場合がある。このとき、観測量から状態量を推定する機構がオブザーバである。土木建築物の振動は外力により励起される。従って、オブザーバでも外力を観測量として考える必要があるが、現実的な問題としてこのことは困難な場合がある。そこで、本研究ではオブザーバの構成において、外力を無視した全次元、最小次元及び未知入力オブザーバを構成し、オブザーバの設計[1][2]における外力の影響について調べると共に、効果的な制御について検討する。

２．構造系のモデル化

図-1のような５層骨組み構造物を制御対象として、これを５自由度系にモデル化して考える。この構造物の振動数と減衰定数を表-1に示した。また、図-2には外力として考慮するEL-CENTRO地震波形を、また図-3に振動モードを示した。基盤に外力 f(t)を受ける系の運動方程式はモード解析法を行い状態空間表示する。

$$\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{y}}(t)+\boldsymbol{S}\dot{\boldsymbol{y}}(t)+\boldsymbol{K}\boldsymbol{y}(t)=\boldsymbol{f}(t) \quad (1) \qquad \boldsymbol{y}(t)=\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{q}(t) \quad (2)$$

状態変数$\boldsymbol{X}(t)$を用いて(4)式のような状態方程式で表される。

$$\boldsymbol{X}(t)=[q_1(t)\ \dot{q}_1(t)\cdots\cdots q_n(t)\ \dot{q}_n(t)]^T \quad (3)$$

$$\dot{\boldsymbol{X}}(t)=\boldsymbol{A}\boldsymbol{X}(t)+\boldsymbol{B}\boldsymbol{F}(t) \quad (4)$$

ここで、$\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}$は(2n×2n)次元の行列、$\boldsymbol{F}(t)$は(5)式に示すような2n次元の外力ベクトルである。

$$\boldsymbol{F}(t)=[0\ \ f(t)\cdots\cdots 0\ \ f(t)]^T \quad (5)$$

k次元の観測量$\boldsymbol{Y}(t)$は、(k×2n)次元のモード行列より構成された観測行列$\boldsymbol{C}$を用いて、次式で表される。

$$\boldsymbol{Y}(t)=\boldsymbol{C}\boldsymbol{X}(t) \quad (6)$$

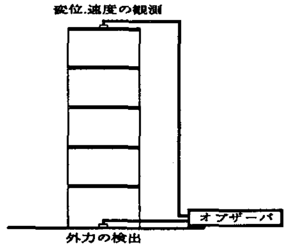

図-1 構造系モデル

表-1 モデルの振動特性

	振動数(Hz)	減衰定数
1次	1.0000	0.02
2次	2.9190	0.02
3次	4.6015	0.02
4次	5.9112	0.02
5次	6.7420	0.02

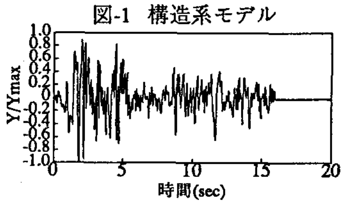

図-2 EL-CENTRO(N-S) 地震波形

３．オブザーバについて

オブザーバとは状態量$\boldsymbol{X}(t)$が全て求められない場合観測量$\boldsymbol{Y}(t)$から$\boldsymbol{X}(t)$を推定する機構である。

（１）全次元オブザーバ　これは(4)式と同一の動的特性を持ち、観測値と推定による観測値の差をフィードバックするものである。

$$\dot{\hat{\boldsymbol{X}}}(t)=\boldsymbol{A}\hat{\boldsymbol{X}}(t)+\boldsymbol{B}\boldsymbol{F}(t)+\boldsymbol{G}\{\boldsymbol{Y}(t)-\boldsymbol{W}(t)\} \quad (7)$$

$$\boldsymbol{W}(t)=\boldsymbol{C}\hat{\boldsymbol{X}}(t) \quad (8)$$

ここに$\boldsymbol{G}$は、極配置法により求められる。

（２）最小次元オブザーバ　これは式(4)、(6)の制御対象に対して、次の動的システムで与えられる。

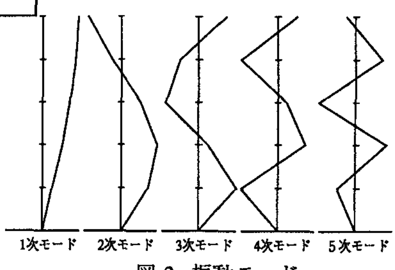

図-3 振動モード

$$\dot{\boldsymbol{z}}(t)=\hat{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{z}(t)+\hat{\boldsymbol{B}}\boldsymbol{F}(t)+\hat{\boldsymbol{G}}\boldsymbol{Y}(t) \quad , \quad \hat{\boldsymbol{X}}(t)=\hat{\boldsymbol{C}}\boldsymbol{z}(t)+\hat{\boldsymbol{D}}\boldsymbol{Y}(t) \quad (9)$$

ここに、それぞれの係数は次のようにして求められる。

$$\boldsymbol{T}\boldsymbol{A}\boldsymbol{T}^{-1}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}_{11} & \boldsymbol{A}_{12}\\ \boldsymbol{A}_{21} & \boldsymbol{A}_{22}\end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{T}\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{B}_1\\ \boldsymbol{B}_2\end{bmatrix}$$

$\boldsymbol{T}=[\boldsymbol{C}\,;\boldsymbol{M}]$　$\boldsymbol{M}$は任意の行列である。

$$\hat{\boldsymbol{A}}=\boldsymbol{A}_{22}-\boldsymbol{L}\boldsymbol{A}_{12}\ , \quad \hat{\boldsymbol{G}}=\hat{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{L}+\boldsymbol{A}_{21}-\boldsymbol{L}\boldsymbol{A}_{11}\ , \quad \hat{\boldsymbol{C}}=\boldsymbol{T}^{-1}[\boldsymbol{O}\,;\boldsymbol{I}]$$

$$\hat{\boldsymbol{D}}=\boldsymbol{T}^{-1}[\boldsymbol{I}\,;\boldsymbol{L}]\ , \quad \hat{\boldsymbol{B}}=\boldsymbol{B}_2-\boldsymbol{L}\boldsymbol{B}_1$$

（３）未知入力オブザーバ　未知入力オブザーバは次式で与えられる。

$$\dot{\boldsymbol{z}}(t)=\hat{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{z}(t)+\hat{\boldsymbol{B}}\boldsymbol{F}(t)+\hat{\boldsymbol{G}}\boldsymbol{Y}(t)\quad,\qquad \hat{\boldsymbol{X}}(t)=\hat{\boldsymbol{C}}\boldsymbol{z}(t)+\hat{\boldsymbol{D}}\boldsymbol{Y}(t) \tag{10}$$

ここで$\hat{\boldsymbol{B}}=0$になると外力を考慮しないオブザーバが構成される。この条件より$\boldsymbol{L}$を求める。

$$\boldsymbol{L}=\boldsymbol{B}_2\boldsymbol{B}_1{}^{g}-\boldsymbol{E}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{B}_1\boldsymbol{B}_1{}^{g}) \tag{11}$$

ここに$\boldsymbol{B}_1$、$\boldsymbol{B}_2$は$\hat{\boldsymbol{B}}$の要素である。$\boldsymbol{B}_1{}^{g}$は$\boldsymbol{B}_1$の一般逆行列であり$\boldsymbol{E}$は$((n-\ell)\times\ell)$の任意の行列である。

４．シミュレーションの考察

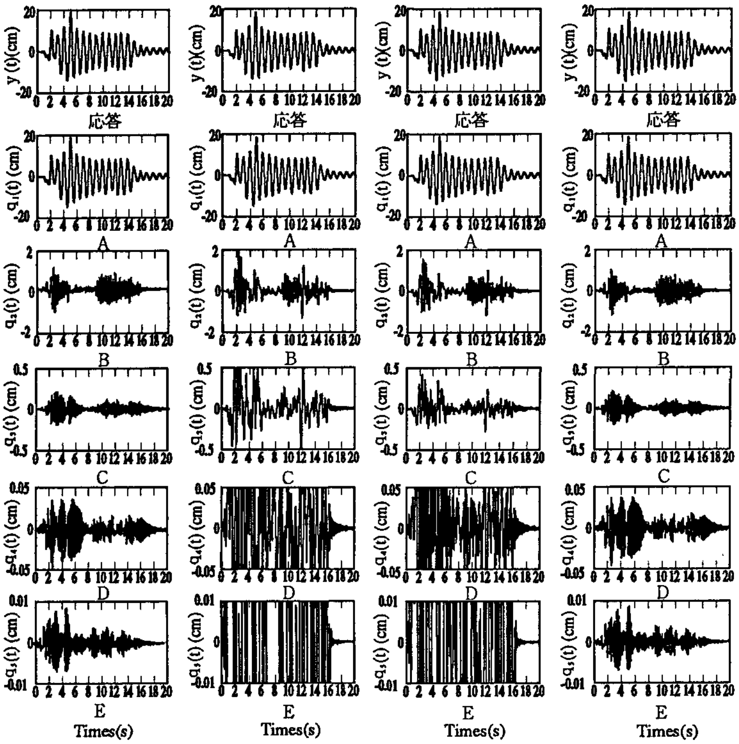

図-4 モデルの応答　図-5 最小次元オブザーバ（外力考慮せず）　図-6 最小次元オブザーバ（固有値操作）　図-7 未知入力オブザーバ

全次元、最小次元、及び未知入力の３種類のオブザーバについて検討した。図の上から５層の変位応答、ＡからＥは順に１次から５次までの各次振動の状態量を示す。図-4から図-7はそれぞれシミュレーションモデル、最小次元オブザーバ（外力考慮せず）、最小次元オブザーバ（固有値操作）及び未知入力オブザーバを示した。全次元と最小次元オブザーバでは外力を考慮しないと、図-5のように状態量の推定はできない。しかしこの場合でも外力を考慮すると図-4と一致し、正確な状態量を推定することができる。次に、最小次元オブザーバにおいて、希望固有値を変更して設計した結果が図-6である。高次は推定があまりできないが、固有値を変更しない場合よりもよい推定が可能になる。未知入力オブザーバに関しては、外力を考慮することなく推定が可能であるが、行列$\boldsymbol{L}$の中の$((2n-\ell)\times\ell)$次元の任意の行列$\boldsymbol{E}$の値により推定結果に差異が現われる。未知入力オブザーバを用いると、外力を考慮しないオブザーバが構成可能であるが、任意行列$\boldsymbol{E}$の決定法を確定する必要がある。

５．まとめ

３種類のオブザーバに関してシミュレーションを行った。その結果、全次元オブザーバよりも、最小次元オブザーバ、未知入力オブザーバが効果があることがわかった。さらに、未知入力オブザーバでは、外力の影響を考慮する必要がない点で有用性がある。従って、外力を無視した形で設計することのできる未知入力オブザーバは外力の作用する土木構造物の振動制御では効果的と思われる。なお、各オブザーバを用いた場合の振動制御の効果については、講演時に報告する。

［参考文献］(1)　白石昌武　：入門現代制御理論，啓学出版，1987年
(2)　岩井善太他：現代制御シリーズ③オブザーバ，コロナ社，1988年