

東京大学 大学院 (正) 若原 敏裕
 東京大学 土木工学科 (正) 藤野 陽三

1. はじめに 高層建物やタワーの風による応答は、一般には風向方向と風向直角方向の2方向の外力を同時に受けるため、これらの構造物の制振に用いる同調液体ダンパー(以下、TLD)の解析にも、当然の事ながら、2方向同時加振の影響を考慮する必要がある。本報告は、この影響について考察するため、2方向同時加振時の非線形スロッシング現象に対する解析法について検討を行い、その解析結果の一例を示したものである。

2. 基礎方程式 基礎方程式として、波頂曲率まで考慮可能な Boussinesq 方程式を用いる。 $x-y$ 平面が静水面と同じになるように座標系を設定し、水面変動は静水面から上向きにとる。Boussinesq 方程式と連続方程式は、式(1)(2)(3)で表され、式(2)(3)の右辺が、波頂曲率に関する圧力補正項(Boussinesq 項)ある。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \{ (h + \eta)u \} + \frac{\partial}{\partial y} \{ (h + \eta)v \} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + g \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{n_r^2 g u (u^2 + v^2)^{1/2}}{(h + \eta)^{4/3}} + \ddot{X} = \frac{h^2}{3} \left(\frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial t} + \frac{\partial^3 v}{\partial x \partial y \partial t} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + g \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{n_r^2 g v (u^2 + v^2)^{1/2}}{(h + \eta)^{4/3}} + \ddot{Y} = \frac{h^2}{3} \left(\frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y \partial t} + \frac{\partial^3 v}{\partial y^2 \partial t} \right) \quad (3)$$

ここで、 η は水面変動量、 u, v はそれぞれ x および y 方向の水深平均流速、 h は静水深、 g は重力加速度、 n_r は、Manning の粗度係数であり、 $\ddot{X}, \ddot{Y}$ は x および y 方向の入力加速度である。

3. 有限要素方程式 有限要素法を用いて数値解析を行うものとする。Galerkin 法により式(1)~(3)は、以下に示すように定式化できる。なお、本解析では、空間方向の離散化に線形三角形要素を用いている。

$$M_{ki} \dot{\eta}_i + K^x_{kij} H_i u_j + K^y_{kij} H_i v_j + K^x_{kij} u_i H_j + K^y_{kij} v_i H_j = 0 \quad (4)$$

$$(M_{ki} + \frac{h^2}{3} B^{xx}_{ki}) \dot{u}_i + \frac{h^2}{3} B^{xy}_{ki} \dot{v}_i = K^x_{kij} u_j + K^y_{kij} v_j + \frac{n_r^2 g u_i (u_i^2 + v_i^2)^{1/2}}{H_i^{4/3}} + L_i \ddot{X}_i + g S^x_{ki} \eta_i = 0 \quad (5)$$

$$(M_{ki} + \frac{h^2}{3} B^{yy}_{ki}) \dot{v}_i + \frac{h^2}{3} B^{yx}_{ki} \dot{u}_i = K^x_{kij} u_j + K^y_{kij} v_j + \frac{n_r^2 g v_i (u_i^2 + v_i^2)^{1/2}}{H_i^{4/3}} + L_i \ddot{Y}_i + g S^y_{ki} \eta_i = 0 \quad (6)$$

上式中で、 $u_i, v_i (i = i, j, k)$ および $\eta_i (i = i, j, k)$ は、要素を構成する各節点での水深平均流速と水面変動であり、また、 H_i は $(h + \eta)_i$ である。各要素の係数マトリクスは紙面の都合上、ここでは割愛する。

4. 数値積分法 時間方向に対しては、式(5)(6)の質量マトリクスに圧力補正項を含んでいるため、運動方程式に対して集中質量マトリクスを用いることが出来ない。そのため、ここでは、連続方程式に対してのみ集中質量マトリクスを用いた。したがって、運動方程式に対して準陽解法を用い、連続方程式に対して陽解法を用いたことになる⁽¹⁾⁽²⁾。数値積分法として、比較的数値粘性の影響が少ないとされる Leap-Frog 法を用いることにした。運動方程式と連続方程式の間で、 $\Delta t/2$ だけ時間をずらし、両者に対して Δt 間隔で数値積分を行う。添字 n で時間ステップを表せば、式(4)~(6)は、以下のように表される。

$$\bar{M}_{ki} \eta_i^{n+1/2} = M_{ki} \eta_i^{n-1/2} - \Delta t (K^x_{kij} H_i^{n-1/2} u_j^n + K^y_{kij} H_i^{n-1/2} v_j^n + K^x_{kij} u_i^n H_j^{n-1/2} + K^y_{kij} v_i^n H_j^{n-1/2}) \quad (7)$$

$$(M_{ki} + \frac{h^2}{3} B^{xx}_{ki}) u_i^{n+1} + \frac{h^2}{3} B^{xy}_{ki} v_i^{n+1} = (M_{ki} + \frac{h^2}{3} B^{xx}_{ki}) u_i^n + \frac{h^2}{3} B^{xy}_{ki} v_i^n - \Delta t (K^x_{kij} u_i^n u_j^n + K^y_{kij} v_i^n u_j^n + \frac{n_r^2 g u_i (u_i^2 + v_i^2)^{1/2}}{H_i^{4/3}} + L_i \ddot{X}_i + g S^x_{ki} \eta_i^{n+1/2}) \quad (8)$$

$$(M_{ki} + \frac{h^2}{3} B^{yy}_{ki}) v_i^{n+1} + \frac{h^2}{3} B^{yx}_{ki} u_i^{n+1} = (M_{ki} + \frac{h^2}{3} B^{yy}_{ki}) v_i^n + \frac{h^2}{3} B^{yx}_{ki} u_i^n - \Delta t (K^x_{kij} u_i^n v_j^n + K^y_{kij} v_i^n v_j^n + \frac{n_r^2 g v_i (u_i^2 + v_i^2)^{1/2}}{H_i^{4/3}} + L_i \ddot{Y}_i + g S^y_{ki} \eta_i^{n+1/2}) \quad (9)$$

5. ダンパーの制振力 構造物に作用する制振力(流体反力)は、各要素の流体反力は各要素の運動量の時間に関する微分値として求めることができる。したがって、流体反力 $D_x(x = x, y)$ は、

$$D_x = \rho \sum_{m=1}^N \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \{\eta + h\}_m^t \{U_x\}_m d\Omega \quad D_y = \rho \sum_{m=1}^N \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \{\eta + h\}_m^t \{V_y\}_m d\Omega \quad (10)$$

ここに、 N は要素数、 U_x 、 V_y は、 x および y 方向の絶対速度である。

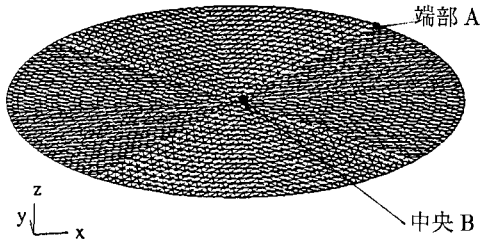


図 - 1 計算に用いた要素分割

6. 数値計算例 数値計算例として、半径 1m、固有振動数 0.3Hz に設定するため水深 11cm とした円筒 TLD 容器のスロッシングを考える。加振条件として、 x 、 y 方向の入力加速度振幅は等しく、両者の間の位相差は 0 度、加振振動数も等しい状態を考えた。すなわち、 x 軸に対して 45 度方向に一方方向加振している状態と等しいこととなる共振振動数 0.3Hz で加振し、入力振幅を 1cm/s^2 および 5cm/s^2 とした場合のダンパー流体力の応答倍率と容器端部 A および容器中央 B の水面変動量を計算した。図 1 は計算に用いた要素分割である。要素数 3200、節点数 1681 である。

図-2 および図 3 は、入力振幅を 1cm/s^2 および 5cm/s^2 とした場合の解析結果を示したものである。入力加速度振幅が大きい場合、非線形性の影響で応答倍率が低下する。いずれの加振振幅の場合も、1 次モードの節となる容器中央部の水面変動量の時系列には、1 次固有振動成分は消え 1 次固有振動数の 2 倍の高調波成分が現れる。また、入力振幅が 5cm/s^2 の場合には、容器端部においても高調波成分が励起され、波形の峰が 2 つに分かれる。

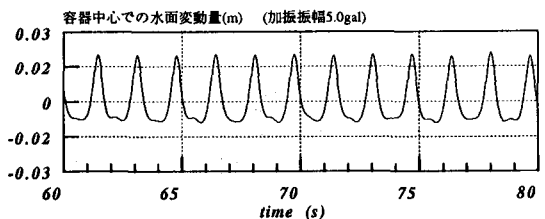
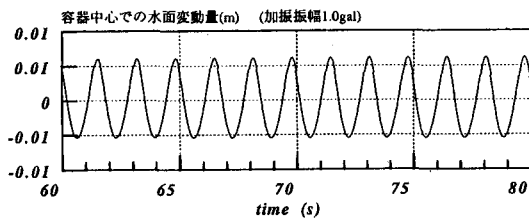
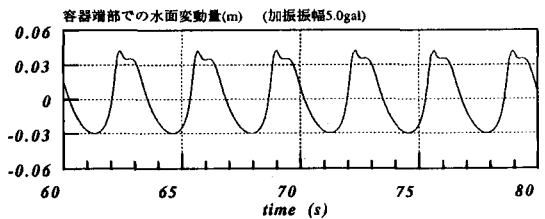
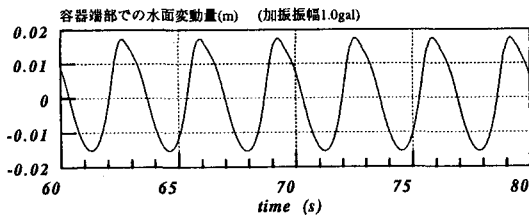
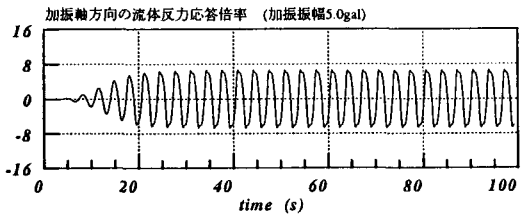
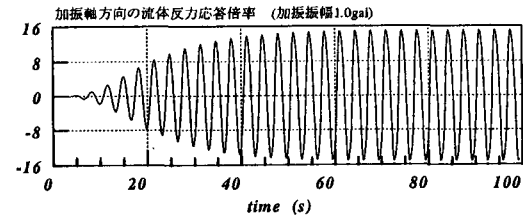


図 - 2 加振振幅 1cm/s^2 の場合

図 - 3 加振振幅 5cm/s^2 の場合

7. あとがき 今回は、 x 軸に対して 45 度方向に一方方向加振している状態で数値計算を行ったが、今後はより現実性のある 2 方向加振ケースを想定し、その際のダンパーの性能評価を行う予定である。

参考文献

- (1) 喜岡、長島：Boussinesq 方程式による構造物近傍の非線形平面波の解析、海岸工学論文集、第 40 巻、1993 年。
- (2) 鄭、川原：有限要素法による Boussinesq 方程式の解析、第 47 回土木学会年次学術講演会概要集、1993 年。