

複数の動吸振器による受動的振動制御

日本鉄塔工業 正員 ○河野 徹 山口大 正員 會田忠義
日本鉄塔工業 正員 川添啓示 山口大 胡田一史

1. まえがき 橋梁等の振動制御に単一の動吸振器（TMD）を用いた例はよく見かけ、又複数のモードの制御のために複数の動吸振器をモードの腹の部分に装着して利用する試みがなされている。本研究では動吸振器の調整はDen Hartogの定点理論を適用し、特定モードに対して有効な動吸振器群（同じ特性値を持つTMD群）の近似的な調整法の手法を示す。対象モデルは、はりと平板を考える。

2. 運動方程式

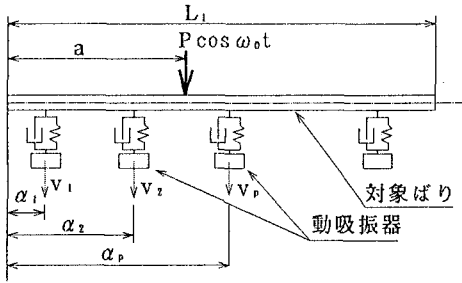


Fig. 1

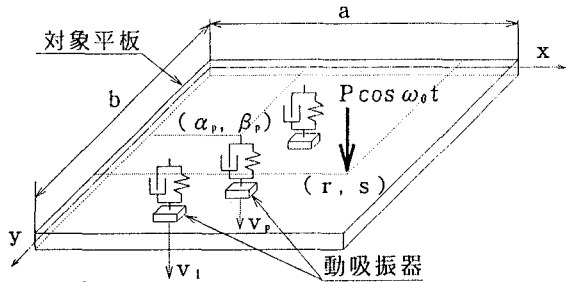


Fig. 2

<はり> Fig. 1に示す対象ばりに同一特性を有する複数の動吸振器を装着したモデルを考える。

$$(\text{対象ばり}) \quad m \ddot{v}_1 + EI v_1'' + c \sum_{p=1}^N \delta(x - \alpha_p) (\dot{v}_1 - \dot{v}_p) + k \sum_{p=1}^N \delta(x - \alpha_p) (v_1 - v_p) = P \delta(x - a) \cos \omega_0 t \quad (1)$$

$$(\text{動吸振器}) \quad M \ddot{v}_p + c (\dot{v}_p - \dot{v}(\alpha_p, t)) + k (v_p - v(\alpha_p, t)) = 0 \quad (2)$$

v, v_p ; 対象ばり、 p 番目の動吸振器の振動変位、 EI ; 対象ばりの曲げ剛性

m, M ; 対象ばりの単位長さ質量、動吸振器の質量、 c, k ; 連結ばね、ダンパーのばね定数、減衰係数

a ; 荷重作用位置座標、 α_p ; p 番目の動吸振器の装着位置; $(\dot{}) = \partial / \partial t, (\ddot{}) = \partial^2 / \partial t^2$

<平板> Fig. 2に示す対象平板に同一特性を有する複数の動吸振器を装着したモデルを考える。

$$(\text{対象平板}) \quad m \ddot{w} + D \Delta \Delta w + c \sum_{p=1}^N \delta(x - \alpha_p) \delta(y - \beta_p) (\dot{w} - \dot{w}_p) + k \sum_{p=1}^N \delta(x - \alpha_p) \delta(y - \beta_p) (w - w_p) = P \delta(x - r) \delta(y - s) \cos \omega_0 t \quad (3)$$

$$(\text{動吸振器}) \quad M \ddot{w}_p + c (\dot{w}_p - \dot{w}(\alpha_p, \beta_p, t)) + k (w_p - w(\alpha_p, \beta_p, t)) = 0 \quad (4)$$

w, w_p ; 対象平板、 p 番目の動吸振器の振動変位、 D ; 対象平板の板剛度、 (r, s) ; 荷重作用位置座標

m, M ; 対象平板の単位面積質量、 p 番目の動吸振器の質量、 (α_p, β_p) ; p 番目の動吸振器の位置

$\Delta = \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2$

P ; 荷重振幅、 ω_0 ; 励振振動数、 δ ; Diracの δ 関数、 N ; 動吸振器の個数

3. モード方程式 対象部材、動吸振器の振動変位を次式で表すと、モード方程式ははり、平板とも式(5)となる。

$$v = \sum_{i=1}^{\infty} \rho_i \phi_i(x), u_p(t) = v_p(\alpha_p, t) \text{ (はり)}, w = \sum_{i,j=1}^{\infty} \rho_{ij} \phi_i(x) \phi_j(y), u_p(t) = w_p(\alpha_p, \beta_p, t) \text{ (平板)}$$

$$(\text{対象部材}) \quad m \ddot{\rho}_i + m \omega_i^2 \rho_i + c \left(\sum_{j=1}^{\infty} \kappa_{ij} \dot{\rho}_j - \sum_{j=1}^N d_{ip} \dot{u}_p \right) + k \left(\sum_{j=1}^{\infty} \kappa_{ij} \rho_j - \sum_{j=1}^N d_{ip} u_p \right) = P \phi_i \cos \omega_0 t \quad (5)$$

$$(\text{動吸振器}) \quad M \ddot{u}_p + c \left(\dot{u}_p - \sum_{j=1}^N d_{jp} \dot{\rho}_j \right) + k \left(u_p - \sum_{j=1}^N d_{jp} \rho_j \right) = 0 \quad (6)$$

$$\kappa_{ij} = \sum_{p=1}^N D_{ijp}, D_{ijp} = \begin{cases} \phi_i(\alpha_p) \phi_j(\alpha_p) & \text{(はり)} \\ \phi_i(\alpha_p, \beta_p) \phi_j(\alpha_p, \beta_p) & \text{(平板)} \end{cases} \quad d_{ip} = \begin{cases} \phi_i(\alpha_p) & \text{(はり)} \\ \phi_i(\alpha_p, \beta_p) & \text{(平板)} \end{cases}$$

ω_i ; 対象部材の i 次の固有円振動数

4. 近似調整式 対象部材の*i*次モードを制振対象とし、励振力の励振円振動数 ω_0 が対象部材の*i*次の固有円振動数に近いとき*i*次モードが卓越することに注目する。ここで*i*次モードのみを取り出し調整法を示す。

$$(\text{対象部材}) \quad \ddot{\rho}_i + \omega_i^2 \rho_i + 2\mu \varepsilon (\kappa_{ii} \dot{\rho}_i - [d] \dot{u}) + \mu \nu \frac{1}{2} (\kappa_{ii} \rho_i - [d] u) = F_i \cos \omega_0 t \quad (7)$$

$$(\text{動吸振器}) \quad \ddot{u} + 2\varepsilon (\dot{u} - [d] \dot{\rho}_i) + \nu \frac{1}{2} (u - [d] \rho_i) = 0 \quad (8)$$

$$u = \{u_1 \ u_2 \ \cdots \ u_N\}^T, [d] = [d_{11} \ d_{12} \ \cdots \ d_{iN}], \{d\} = \{d_{11} \ d_{12} \ \cdots \ d_{iN}\}^T$$

$$\mu = \frac{M}{m} \quad 2\varepsilon = \frac{c}{M} \quad \nu \frac{1}{2} = \frac{k}{M} \quad F_i = \frac{P}{m} \phi_i(a) \text{ (はり)}, \frac{P}{m} \phi_i(r, s) \text{ (平板)} \quad (9)$$

式(7)(8)を2自由度系として解くと、無次元2乗振幅 Y_i^2 は次のようになる。

$$Y_i^2 = \frac{A_i^2}{x_{st}^2} = G(\mu, h, g, f) \quad (10) \quad f = \frac{\nu/2}{\omega_i} \quad g = \frac{\omega_0}{\omega_i} \quad h = \frac{\varepsilon}{\omega_i} \quad x_{st} = \frac{F_i}{\omega_i^2} \quad A_i; \rho_i \text{の実変位} \quad (11)$$

Y_i は h の値にかかわらず共振曲線において2つの定点が存在するので、定点理論が適用できこの系の最適調整式が得られる。以下に得られた近似調整式を示してある。

$$f = \frac{1}{1 + \mu \kappa_{ii}} \quad (12) \quad Y_{1P} = \sqrt{\frac{2 + \mu \kappa_{ii}}{\mu \kappa_{ii}}} \quad (13)$$

$$\left. \begin{matrix} g_p \\ g_q \end{matrix} \right\} = \frac{1}{1 + \mu \kappa_{ii}} \left(1 \mp \sqrt{1 - \frac{2}{(2 + \mu \kappa_{ii})}} \right) \quad (14) \quad \frac{\partial Y_i^2}{\partial g^2} = 0 \quad (15)$$

5. 動吸振器の設計 *j*次モード卓越時の対象部材の指定点の振動変位の制限値を $\delta_{\max}$ とする。このときの振動変位は近似的に $v \approx \rho_{1i} \phi_{1i}(x)$ (はり), $w_i \approx \rho_{1i} \phi_{1i}(x, y)$ (平板) で表され、 Y_{1P} は式(16)で与えられる。 Y_{1P} が与えられれば式(13)を満たすように μ が求められ、式(12), (14)から f, g の値が既知量となる。さらに式(15)を満たす h が求められる。結局、連結ばねのばね定数 k , 連結ダンパーの減衰係数 c は式(9), (11)より式(17), (18)で与えられる。

$$Y_{1P} = \frac{\delta_{\max}}{x_{st} \phi_{1i}(x)} \text{ (はり)}, \frac{\delta_{\max}}{x_{st} \phi_{1i}(x, y)} \text{ (平板)} \quad (16) \quad k = \frac{\mu m \omega_i^2}{(1 + \mu D_{ii})^2} \quad (17) \quad c = 2\mu m_i \omega_{1i} h \quad (18)$$

6. 計算例 両端単純支持ばり(CASE 1)、片持ちばり(CASE 2)を対象部材として設計し数値実験の結果を示す。制振対象モードは1次、 $\delta_{\max}$ は静的たわみの5倍で設計してある。CASE 1は対象ばりの中央部分の2分の1の範囲に5個の動吸振器を装着させ、CASE 2では自由端から対象ばりの長さの2分の1の範囲に3個の動吸振器を装着させてある。対象部材の諸元をTable. 1にCASE 1、CASE 2の設計値をそれぞれTable. 2, Table. 3を示す。Fig. 3, Fig. 4は対象部材に図中に示した荷重作用点の変位(10次モードまでの和)の共振曲線である。縦軸は動的たわみを静的たわみで除し、横軸は荷重円振動数をそれぞれの部材の設計固有円振動数で除して無次元化してある。

Fig. 5 Table. 1 対象ばりの諸元

$$\begin{aligned} L &= 30.5 \text{ (m)} \\ m &= 2.07 \times 10^3 \text{ (Ns}^2/\text{m}^2) \\ EI &= 3.88 \times 10^8 \text{ (Nm}^2) \end{aligned}$$

Table. 2 設計値(CASE 1)

$$\begin{aligned} M &= 6.89 \times 10^2 \text{ (Ns}^2/\text{m)} \quad k = 1.10 \times 10^4 \text{ (N/m)} \\ c &= 9.36 \times 10^2 \text{ (Ns/m)} \end{aligned}$$

Table. 3 設計値(CASE 2)

$$\begin{aligned} M &= 7.99 \times 10^2 \text{ (Ns}^2/\text{m)} \quad k = 1.63 \times 10^3 \text{ (N/m)} \\ c &= 3.83 \times 10^2 \text{ (Ns/m)} \end{aligned}$$

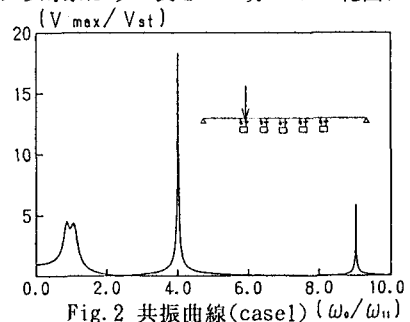


Fig. 2 共振曲線(case1) (ω_0/ω_n)

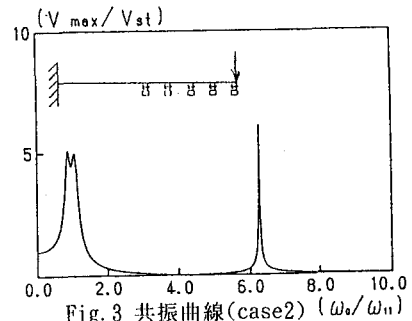


Fig. 3 共振曲線(case2) (ω_0/ω_n)