

部分動吸振部材による構造部材の受動的振動制御

日本鉄塔工業 正員 ○川添啓示 山口大 正員 會田忠義
日本鉄塔工業 正員 河野 巖 山口大 磯野宗一

1. まえがき 複数のモードの受動的振動制御の方法として対象部材と同じ境界条件をもつ動吸振部材を用いる方法がある。^{1) 2)} 又、自由境界を持つ動吸振部材を用いる場合も複数の振動モードを制御できることが明らかにされている。本研究では自由境界を持ち対象部材よりも小さい寸法の部材を動吸振部材として用いる場合の調整理論、数値計算例を示す。この系はモード座標系で連成項を含み厳密にはDen Hartogの定点理論を適用できないが近似的な取扱いをする事によって定点理論を適用した近似調整式が導かれる。ここでは平板を考えるが、以下に示す方法ははり部材にも全く同様に考えることができる。

2. 運動方程式 Fig. 1に示す対象平板に等しく分布したバネ・ダンパーによって周辺自由板を装着したモデルを考える。ここで、 w_1, w_2 ; 両平板の振動変位、 m_1, m_2 ; 両平板の単位面積質量、 D_1, D_2 ; 両平板の板剛度、 c, k ; 連結ダンパー、ばねの単位面積減衰係数、ばね定数、 (r, s) ; 荷重作用位置座標、 $\Delta = \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2$ 、 P ; 荷重振幅、 ω_0 ; 励振振動数 $(\ddot{}) = \partial^2 / \partial t^2$ 、 δ ; Diracの δ 関数

H ; Heavisideのstep関数

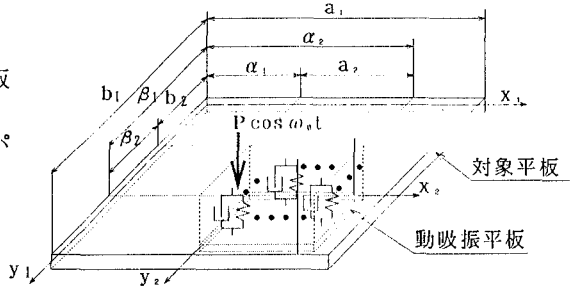


Fig. 1

$$\begin{aligned} \text{(対象平板)} \quad m_1 \ddot{w}_1 + D_1 \Delta \Delta w_1 &+ \{H(x_1 - \alpha_1) - H(x_1 - \alpha_2)\} \{H(y_1 - \beta_1) - H(y_1 - \beta_2)\} c (\dot{w}_1 - \dot{w}_2) \\ &+ \{H(x_1 - \alpha_1) - H(x_1 - \alpha_2)\} \{H(y_1 - \beta_1) - H(y_1 - \beta_2)\} k (w_1 - w_2) \\ &= P \delta(x_1 - r) \delta(y_1 - s) \cos \omega_0 t \end{aligned} \quad (1)$$

$$\text{(部分動吸振平板)} \quad m_2 \ddot{w}_2 + D_2 \Delta \Delta w_2 + c (\dot{w}_2 - \dot{w}_1) + k (w_2 - w_1) = 0 \quad (2)$$

3. モード方程式 両平板の振動変位を次式で表すと、モード方程式は式(4)~(6)になる。

$$w_1 = \sum_{i=1}^{\infty} \rho_{1i} \phi_{1i}(x, y), \quad w_2 = \sum_{i=1}^{\infty} \rho_{2i} \phi_{2i}(x, y) \quad (\text{平板}) \quad (3)$$

(対象平板)

$$m_1 \ddot{\rho}_{1i} + m_1 \omega_{1i}^2 \rho_{1i} + c \left(\sum_{j=1}^{\infty} D_{ij} \dot{\rho}_{1j} - \sum_{j=2}^{\infty} \bar{D}_{ij} \dot{\rho}_{2j} \right) + k \left(\sum_{j=1}^{\infty} D_{ij} \rho_{1j} - \sum_{j=2}^{\infty} \bar{D}_{ij} \rho_{2j} \right) = P \phi_i \cos \omega_0 t \quad (4)$$

(部分動吸振平板)

$$m_2 \ddot{\rho}_{2i} + c \left(\dot{\rho}_{2i} - \sum_{j=1}^{\infty} \tilde{D}_{ij} \dot{\rho}_{1j} \right) + k \left(\rho_{2i} - \sum_{j=1}^{\infty} \tilde{D}_{ij} \rho_{1j} \right) = 0 \quad (\text{剛体モード}) \quad (5)$$

$$m_2 \ddot{\rho}_{2i} + m_2 \omega_{2i}^2 \rho_{2i} + c \left(\dot{\rho}_{2i} - \sum_{j=1}^{\infty} \tilde{D}_{ij} \dot{\rho}_{1j} \right) + k \left(\rho_{2i} - \sum_{j=1}^{\infty} \tilde{D}_{ij} \rho_{1j} \right) = 0 \quad (\text{曲げモード}) \quad (6)$$

ϕ_{1i}, ω_{1i} ; 対象平板の i 次の固有関数、固有円振動数。 ϕ_{2i}, ω_{2i} ; 部分動吸振平板の i 次の固有関数、固有円振動数。ただし ϕ_{2i} については剛体モードを含む。

ϕ_{2-2} ; 剛体並進 ; ϕ_{2-1}, ϕ_{20} ; x 軸、 y 軸回り剛体回転 ; ϕ_{2i} ; ねじりモード ; ϕ_{2i} ; 曲げ振動

$$\text{又、} D_{ij} = \int_{a_1}^{a_2} \int_{\beta_1}^{\beta_2} \phi_{1i} \phi_{1j} dx_1 dy_1 \quad \bar{D}_{ij} = \tilde{D}_{ij} = \int_{a_1}^{a_2} \int_{\beta_1}^{\beta_2} \phi_{1i} \phi_{2j} dx_1 dy_1$$

4. 近似調整式 対象平板に比べて部分動吸振平板の板剛度が無視できるほど小さいものが用いられると仮定し、さらに対象平板については制振対象モードの i 次モードのみ、部分動吸振平板については剛体モード

と低次の曲げモードのみ取り出すと次式のように簡単になる。

（対象部材）

$$\ddot{\rho}_{11} + \omega_{11}^2 \rho_{11} + 2\mu \varepsilon (D_{11} \dot{\rho}_{11} - [\bar{D}_{11}]\{\dot{\rho}_2\}) + \mu \nu_2^2 (D_{11} \rho_{11} - [\bar{D}_{11}]\{\rho_2\}) = F_1 \cos \omega_0 t \quad (7)$$

（部分動吸振部材）

$$\{\ddot{\rho}_2\} + 2\varepsilon (\{\rho_2\} - \{\tilde{D}_{11}\} \rho_{11}) + \nu_2^2 (\{\rho_2\} - \{\tilde{D}_{11}\} \rho_{11}) = 0 \quad (8)$$

$$\mu = \frac{m_2}{m_1} \quad 2\varepsilon = \frac{c}{m_2} \quad \nu_2^2 = \frac{k}{m_2} \quad F_1 = \frac{P}{m_1} \phi_{11}(r, s) \quad \{\rho_2\} = \{\rho_{2-2} \quad \rho_{2-1} \quad \rho_{20} \quad \rho_{21} \quad \rho_{22}\} \quad (9)$$

式(7), (8)を2自由度系として解くと、無次元2乗振幅 Y_1^2 は次のようになる。

$$Y_1^2 = \frac{A_r^2}{x_{st}^2} = G(\mu, h, g, f) \quad (10) \quad f = \frac{\nu_2}{\omega_{11}} \quad g = \frac{\omega_0}{\omega_{11}} \quad h = \frac{\varepsilon}{\omega_{11}} \quad x_{st} = \frac{F_1}{\omega_{11}^2} \quad A_r; \rho_{11} \text{の実振幅} \quad (11)$$

式(10)は h の値にかかわらず共振曲線において2つの定点が存在するので、定点理論が適用できこの系の最適調整式が得られる。以下に得られた近似調整式を示す。

$$f = \frac{1}{1 + \mu D_{11}} \quad (12) \quad Y_{1P}^2 = \frac{(2 + \mu D_{11})(1 + \mu D_{11})^2}{(2 + \mu D_{11})(1 + \mu D_{11})^2 - 2(1 + \mu D_{11})^2 - \mu(D_{11} - [\bar{D}][\bar{D}])} \quad (13)$$

$$\left. \begin{matrix} g_r \\ g_q \end{matrix} \right\} = \frac{1}{1 + \mu D_{11}} \left(1 \mp \sqrt{1 - \frac{\{2(1 + \mu D_{11})^2 + \mu(D_{11} - [\bar{D}][\bar{D}])\}}{(2 + \mu D_{11})(1 + \mu D_{11})^2}} \right) \quad (14) \quad \frac{\partial Y_1^2}{\partial g^2} = 0 \quad (15)$$

5. 部分動吸振部材の設計 i 次モード卓越時の対象部材の指定点の振動変位の制限値を δ_{max} とする。このときの振動変位は近似的に $w_{11} = \rho_{11} \phi_{11}(x, y)$ で表され、 Y_{1P} は式(16)で与えられる。 Y_{1P} が与えられれば式(13)を満たすように μ が求められ、式(12), (14)より f, g の値が既知量となる。さらに式(15)を満たす h が求められる。結局、連結ばねのばね定数 k 、連結ダンパーの減衰係数 c は式(9), (11)より式(17), (18)で与えられる。

$$Y_{1P} = \frac{\delta_{max}}{x_{st} \phi_{11}(x, y)} \quad (16) \quad k = \frac{\mu m \omega_{11}^2}{(1 + \mu D_{11})^2} \quad (17) \quad c = 2\mu m_1 \omega_{11} h \quad (18)$$

6. 計算例 対象部材に周辺単純支持板を考え、設計値、数値実験の結果を示す。設計条件は辺長比が4分の3、制振対象モードは1次、 δ_{max} は静的たわみの4倍としてある。また部分動吸振平板の板剛度は対象平板の10分の1である。対象部材の諸元をTable. 1に、設計値をTable. 2に示す。Fig. 2は対象平板に図中の荷重作用点の変位（10次モードまでの和）の共振曲線である。縦軸は動的たわみを静的たわみで除し、横軸は荷重円振動数をそれぞれの部材の設計固有円振動数で除して2乗してある。

Table. 1 対象平板の緒元

$a_1 = 150.0$ (Cm)	$b_1 = 100.0$ (Cm)
$m_1 = 78.5$ (Ns ² /m ³)	
$D_1 = 1.885 \times 10^4$ (Nm)	

Table. 2 設計値

$m_2 = 8.06$ (Ns ² /m ³)
$a_2 = 112.5$ (Cm) $b_2 = 75.0$ (Cm)
$c = 5.91 \times 10^2$ (Ns/m ³)
$k = 3.26 \times 10^7$ (N/m ³)
$D_2 = 1.89 \times 10^3$ (Nm)

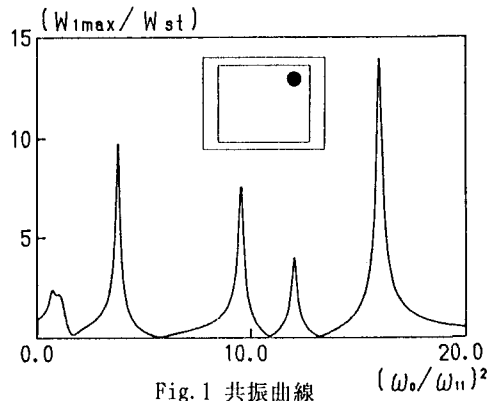


Fig. 1 共振曲線

参考文献)

- 1) Aida, et al :Journal of EM. ASCE. Vol. 118, No2 pp. 248~258
:Journal of Vibration and Acoustics, ASME (印刷中)
- 2) 野口、會田 :第46回土木学会年次学術講演概要集、第1部、I-455, pp. 948~949