

山口大学大学院 学生員 ○小川尊直

山口大学

正 員

會田忠義

山口大学

正 員

麻生稔彦

1. まえがき 著者らは周期外力が作用する構造物に対する受動的制振装置として、図-1に示す単一の対象ばり（Main Beam）に等しく分布（CASE1）した連結ばね・ダンパーにより、対象ばりと同じ境界条件をもつ動吸振ばり（Dynamic Absorbing Beam）を装着した場合を想定し、その制振理論及び制振効果を明らかにしてきた。土木・建築構造物では、構造全体あるいは一部部材が周期外力以外のほかに変位加振を受ける場合も多く見られる。本研究では、上記の系が支店で変位加振を受ける場合について動吸振ばりの制振理論・調整法及びその制振効果を明らかにする。ここでは、実用化を想定して連結ばね・ダンパーを有限個装着（CASE2）する場合も示す。

2. 運動方程式とモード法 図-1に示す系の運動方程式は、(1)及び(2)で表される。式中、 m_1, m_2 : 対象ばり及び動吸振ばりの単位長さ質量、 $E I_1, E I_2$: 対象ばり及び動吸振ばりの曲げ剛性、 ω_0, ω_1 : 励振円振動数、 δ : Diracの δ 関数、 b_s : s 番目の連結ばね・ダンパー装着位置

k, c : (CASE1)の場合のばね定数及び減衰係数、
 $\bar{k}, \bar{c}$: (CASE2)の場合のばね定数及び減衰係数、
 $(\dot{}) = \partial/\partial t, (\ddot{}) = \partial^2/\partial t^2$

$$m_1 \ddot{v}_1 + E I_1 \ddot{v}_1'' + (A) = -m_1 (\ddot{v}_0 + x \ddot{\theta}_0) \quad (1)$$

$$m_2 \ddot{v}_2 + E I_2 \ddot{v}_2'' - (A) = -m_2 (\ddot{v}_0 + x \ddot{\theta}_0) \quad (2)$$

ここで、(CASE1) $A = c (\dot{v}_1 - \dot{v}_2) + k (v_1 - v_2)$ (3) $v_0 = \alpha_0 e^{i \omega_0 t} \quad \theta_0 = \alpha_1 e^{i \omega_0 t}$

$$(CASE2) \quad A = \bar{c} (\dot{v}_1 - \dot{v}_2) \sum_{s=1}^S \delta(x - b_s) + \bar{k} (v_1 - v_2) \sum_{s=1}^S \delta(x - b_s) \quad (4)$$

対象ばりと動吸振ばりが同一境界条件であるとき、両はりの固有関数は、同一関数で表され、 i 次モードの固有関数を $V_i(x)$ とし、それぞれの i 次の固有円振動数を ω_{1i}, ω_{2i} で表す。このとき両はりの振動変位は、式(5)で表すことができる。

$$v_1(x, t) = \sum_{i=1}^N \rho_{1i}(t) V_i(x) \quad v_2(x, t) = \sum_{i=1}^N \rho_{2i}(t) V_i(x) \quad (5)$$

式(5)を式(1)及び(2)に代入し、整理すると下記のモード方程式で表される。

$$m_1 \ddot{\rho}_{1j} + m_1 \omega_{1j}^2 \rho_{1j} + (B) = m_1 (C + D) \quad (6) \quad P_1 = m_1 (\alpha_0 \omega_0^2 \beta_{0j} e^{i \omega_0 t} + \alpha_1 \omega_0^2 \beta_{1j} e^{i \omega_0 t})$$

$$m_2 \ddot{\rho}_{2j} + m_2 \omega_{2j}^2 \rho_{2j} - (B) = m_2 (C + D) \quad (7)$$

ここで、(CASE1) $B = c (\dot{\rho}_{1j} - \dot{\rho}_{2j}) + k (\rho_{1j} - \rho_{2j})$ (8)

$$(CASE2) \quad B = \bar{c} \sum_{i=1}^N \{ (\dot{\rho}_{1i} - \dot{\rho}_{2i}) \sum_{s=1}^S V_i(b_s) V_j(b_s) \} + \bar{k} \sum_{i=1}^N \{ (\rho_{1i} - \rho_{2i}) \sum_{s=1}^S V_i(b_s) V_j(b_s) \} \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (9)$$

ここで、 $C = \alpha_0 \omega_0^2 \beta_{0j} e^{i \omega_0 t}, D = \alpha_1 \omega_0^2 \beta_{1j} e^{i \omega_0 t} \quad P_2 = m_2 (\alpha_0 \omega_0^2 \beta_{0j} e^{i \omega_0 t} + \alpha_1 \omega_0^2 \beta_{1j} e^{i \omega_0 t})$

$$\beta_{0j} = \int_0^L V_j(x) dx, \quad \beta_{1j} = \int_0^L x V_j(x) dx$$

CASE1では各モード間に連成はないので、式(6)及び(7)は図-2に示すような2質量3ばね系モデル

に置換できる。しかし、CASE2ではモード間の連成があるので置換できないが、 $\bar{c} = c \cdot \bar{d}$ 、 $\bar{k} = k \cdot \bar{d}$ ($\bar{d}$: 隣接する連結ばね・ダンパー間の距離)とし、 $\bar{d}$ が小さいとき近似的ではあるがCASE1と同様に2質量3ばね系モデルに置換することができる。

3. 動吸振器の設計 対象ばりの振動変位が式(5)の第一式で表されることから、時間関数 ρ_{1j} を制御することにより、対象ばりの振動変位 $v_1(x, t)$ を制御する。今、変位加振の円振動数 ω_0 が、対象ばりの j 次の固有円振動数に近い場合を想定する。この場合 j 次モードが卓越し、近似的ではあるが振

動変位は式（10）で表せる。 $v_i(x, t) = \rho_{ij}(t) V_j(x)$ （10）

ここで、 ρ_{ij} は式（6）および（7）を満たすこととなり、図-2に示す2自由度系における主振動系の挙動で表される。 ρ_{ij} を極小化する図-2の副振動系の調整条件により動吸振ばりを最適設計する。

以下に変位加振 v_0 を受ける場合について Den Hartog の定点理論より、2質量3ばね系の最適条件を求める。図-2の記号を用いるとき定点（P及びQ）が同じ高さであるための条件は、次式で与えられる。

$$f = \frac{(1-d)\{2+\mu(1-\mu)\}}{2(1+\mu)^3} \quad (11)$$

そのときの共振曲線における円振動数比（横座標）は、 $\frac{g_p}{g_q} = \alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \beta}$ （12）

$$\text{ただし、} a = \frac{2\{1+(1+\mu)(f+d)\} + \mu\{2(1+\mu)f+1+d\}}{4(1+\mu)} \quad (13)$$

$$\beta = \frac{(1+\mu d)\{2f(1+\mu)+d\} + (1+\mu)d}{2(1+\mu)} \quad (14)$$

また、定点での高さが等しくなる条件は、 $Y_{1P} = \frac{A_{r1}}{X_{st}} = \frac{1+\mu}{1-(1+\mu)g_{p,q} + \mu d} = -Y_{1Q}$ （15）

これらの定点で極大となる条件から次式が求められる。

$$e_{p,q} = \frac{d+(1+\mu)f - g_{p,q}}{4(1+\mu)^3 g_{p,q}} \times [(1-\mu d) + (1+\mu)\{1+d+(1+\mu)f - 3g_{p,q}\}] \quad (16)$$

上式中、 $f = \nu_2^2/\nu_1^2$, $d = \nu_3^2/\nu_1^2$, $g = \omega_0^2/\nu_1^2$, $e = a_2^2/\nu_1^2$, $X_{st} = P_1/k_1$

さらに、 $\nu_1^2 = k_1/m_1$, $\nu_2^2 = k_2/m_2$, $\nu_3^2 = k_3/m_2$, $\mu = m_2/m_1$, $2a_2 = c_2/m_2$ である。

ばりの任意の点における振動変位は式（10）で与えられることより、図-2に示す2自由度系において ρ_{1j} の実振幅を A_{r1} で表すとき、式（15）より $A_{r1} = X_{st} Y_{1P}$ となり、対象ばりの制限振幅は $\delta_{MAX} = X_{st} Y_{1P} V_j(a)$ （17）となる。したがって質量比 μ と対象ばりの制限振幅 δ_{MAX} を設定したとき式（17）より Y_{1P} が求まり、式（11）～（16）より d を求める。ついで（11）により f を求め、連結ばねのばね定数 k 、 $\bar{k}$ 、連結ダンパーの減衰係数 c 、 $\bar{c}$ 及び動吸振ばりの曲げ剛性 EI_2 は、それぞれ次式で与えられる。（CASE1） $k = \mu m_1 \omega_{11}^2 f$ （18）（CASE2） $\bar{k} = k \cdot \bar{d}$ （20）

$$c = 2 \mu m_1 \omega_{11} h \quad (19) \quad \bar{c} = c \cdot \bar{d} \quad (21)$$

$$EI_2 = \mu E I_1 d \quad (22) \quad h^2 = (e_p + e_q) / 2 \quad (23)$$

4. 適用例 表-1の諸元をもつ図-3に示す設計モデル（両端単純ばり）を想定し、設計条件として注目する制振モードを1次モード（ $j=1$ ）とし、 $\mu=0.1$, $\delta_{MAX}=0.4(\text{m})$ に設定した場合の動吸振ばりの設計値を表-2及び3に示す。ここで、調査結果としてスパン中央点の変位の共振曲線（ここで変位加振の加速度振幅を一定（ $\alpha_0 \omega_0^2 = 1$ ）とした。）を図-4及び5に示した。これらは連結ばね・ダンパーを等分布装着した場合（CASE1）及び5個装着した場合（CASE2）の共振曲線である。図中の横軸（ ω_0/ω_{11} ）は、励振円振動数 ω_0 を対象ばりの第一次固有円振動数 ω_{11} で除したものであり、縦軸（ V_{1MAX}/V_{ST} ）は、対象ばりの観測点における実変位の最大値 V_{max} を静的たわみ V_{st} で除して無次元化したものである。

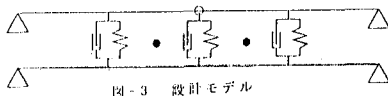


表-1 MBの諸元

$l = 30.5 (\text{m})$
 $m_1 = 2.07 \times 10^3 (\text{N} \cdot \text{s}^2/\text{m}^2)$
 $EI_1 = 3.44 \times 10^8 (\text{N} \cdot \text{m}^2)$

表-2 DABの最適調整値(CASE1)

設計条件	$\mu = 0.1$
最適調整値	$\delta_{MAX} = 0.4$
$m_2 (\times 10^3 \text{ N} \cdot \text{s}^2/\text{m}^2)$	2.07
$k (\times 10^4 \text{ N}/\text{m}^2)$	0.2624
$c (\times 10^3 \text{ N} \cdot \text{s}/\text{m}^2)$	0.2565
$EI_2 (\times 10^7 \text{ N} \cdot \text{m}^2)$	0.4711

表-3 DABの最適調整値(CASE2)

設計条件（5個装着）	$\mu = 0.1$
最適調整値	$\delta_{MAX} = 0.4$
$m_2 (\times 10^3 \text{ N} \cdot \text{s}^2/\text{m}^2)$	2.07
$k (\times 10^4 \text{ N}/\text{m}^2)$	1.334
$c (\times 10^3 \text{ N} \cdot \text{s}/\text{m}^2)$	1.304
$EI_2 (\times 10^7 \text{ N} \cdot \text{m}^2)$	0.4711

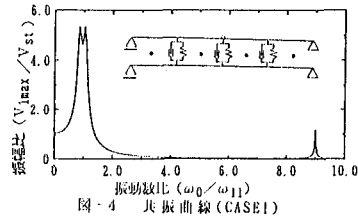


図-4 共振曲線 (CASE1)

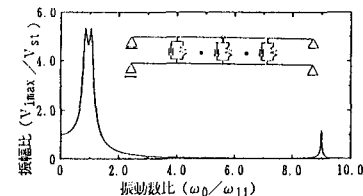


図-5 共振曲線 (CASE2)