

I-591 [ABBAAB]r形態を持つ積層複合板の角度と形状比の変化による固有振動数

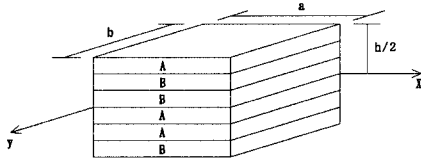
九州大学 工学部 正員 金 敬鎮 九州大学 正員 ○日野伸一
江原大学 朴 濟善 九州大学 正員 太田俊昭
忠州産業大学 関 彰東 九州大学 学生員 李 重桓

1. まえがき

最近、土木構造物の新しい構造部材の1つとして、補強材で補強された積層複合板が有用視されているが、耐震設計において必要な固有モードや固有振動数を求めることは容易ではない。そこで、いくつかの形態の積層板に関し耐震設計する際、この問題を容易に解決できる方法を提案し、[ABBAAB]r形態の積層板を対象にして研究成果の一端を報告する。すなわち、本研究では、積層板の形状比が変化する際の補強材の補強方向と固有振動数との関係に関する研究結果を実務技術者らのために資料として提供する。

2. 解析理論の骨子

本研究では説明を簡単にするため、図-1に示すような辺長 $a \times b$ 、全高 h の均一断面を持つ単純支持された積層板の固有振動数に関する方程式を以下に示す。

図-1 [ABBAAB]r積層板の形態($r=1$)

特別直交異方性の積層板に関するエネルギー方法の式は次のようになる。(1)

$$\omega_n^2 = \frac{\pi^4}{\rho h} \text{DEN} \quad (1)$$

ここで、

$$\text{DEN} = D_1 \left(\frac{m}{a} \right)^4 + 2D_3 \left(\frac{m}{a} \right)^2 \left(\frac{n}{b} \right)^2 + D_2 \left(\frac{n}{b} \right)^4 \quad (2)$$

$D_3 = D_{12} + 2D_{66}$ 、 ρ は単位質量で、 a, b は x と y の方向の辺長である。逆対称 Angle ply Laminatesに関するWhitneyのエネルギー方法によって式(1)は次のようになる。(2)

$$\omega_n^2 = \frac{1}{\rho h} T_{123} \quad (3)$$

ここで、

$$T_{123} = T_{33} + \frac{2T_{12}T_{23}T_{13} - T_{22}T_{13}^2 - T_{11}T_{22}^2}{T_{11}T_{22} - T_{12}^2} \quad (4)$$

ただし、

$$\begin{aligned} T_{11} &= A_{11} \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + A_{66} \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 \\ T_{12} &= (A_{12} + A_{66}) \left(\frac{m\pi}{a} \right) \left(\frac{n\pi}{b} \right) \\ T_{13} &= - \left[3B_{16} \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + B_{26} \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 \right] \left(\frac{n\pi}{b} \right) \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} T_{22} &= A_{22} \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 + A_{66} \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 \\ T_{23} &= - \left[B_{16} \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + 3B_{26} \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 \right] \left(\frac{m\pi}{a} \right) \end{aligned}$$

$$T_{33} = \pi^4 (\text{DEN})$$

$B_{1j} \rightarrow 0$ の場合、 $T_{13} \rightarrow 0$ そして $T_{23} \rightarrow 0$ になって式(3)は直交異方性の式と同じになる。その場合、

$$\omega_n^2 = \frac{1}{\rho h} \left(\frac{m\pi}{a} \right)^4 [D_1 + 2D_3 + D_2 + 2D_3(r^2 - 1) + D_2(r^4 - 1)] \quad (6)$$

$$\text{ここで、} r = \frac{na}{mb}$$

疑似異方性定数が使用された場合⁽¹⁾⁽³⁾

$$\begin{aligned} (\omega_n^{\text{iso}})^2 &= \frac{\pi^4}{\rho h} D_{11} \left[\left(\frac{m}{a} \right)^4 + 2 \left(\frac{m}{a} \right)^2 \left(\frac{n}{b} \right)^2 + \left(\frac{n}{b} \right)^4 \right] \\ &= \frac{\pi^4}{\rho h} \left(\frac{m\pi}{a} \right)^4 \cdot \frac{h^3}{12} U_1 [4 + 2(r^2 - 1) + (r^4 - 1)] \quad (7) \end{aligned}$$

修正係数というFRCを使用すると

$$\omega_n^2 = (\omega_n^{\text{iso}})^2 \times \text{FRC}^2 \quad \text{になる。} \quad (8)$$

ここで、

$$\text{FRC}(1)^2 = \frac{[D_1 + 2D_3 + D_2 + 2D_3(r^2 - 1) + D_2(r^4 - 1)]}{(h^3/12)U_1[4 + 2(r^2 - 1) + (r^4 - 1)]} \quad (9)$$

$$\text{FRC}(4)^2 = \frac{[4(U_1 - U_3) + 2(U_1 - 3U_3)(r^2 - 1) + (U_1 - U_2 + U_3)(r^4 - 1)]}{U_1[4 + 2(r^2 - 1) + (r^4 - 1)]}$$

である。

3. 形状比の影響

式(6)を考慮すれば、補強材の方向に対して $D_1 + 2D_3 + D_2 = K$ になる。 K は常数である。もし、振動モードが x, y 方向の半正弦曲線ならば、 $m=n=1$ である。

その時

$$\omega_n^2 = \frac{1}{\rho h} \left(\frac{\pi}{a} \right)^4 [(K + 2D_3(R^2 - 1) + D_2(R^4 - 1))] \quad (10)$$

ここで $R = a/b$

また、 b を増加させて、 R^2 と R^4 を無視すれば

$$\begin{aligned} \omega_n^2 &= \frac{1}{\rho h} \left(\frac{\pi}{a} \right)^4 (K - 2D_3 - D_2) \\ &= \frac{1}{\rho h} \left(\frac{\pi}{a} \right)^4 D_1 \end{aligned} \quad (11)$$

になる。

これが1次元のはりの問題と同じになる。設計者が予備設計の際、板の1次元モードの振動数を求めるために簡単な方法を利用すれば、小スパン単純はりの解を利用することができる。その時、誤差は次のようになる。

$$E_{rr} = \frac{1}{\rho h} \left(\frac{\pi}{a} \right)^4 (2D_3R^2 + D_2R^4) \quad (12)$$

形状比の影響に関する数値解析例では、次のよう

な物性を利用した。

$$\begin{aligned} E_1 &= 38.6 \text{ GPa}, E_2 = 8.27 \text{ GPa} \\ \nu_{12} &= 0.26, \nu_{21} = 0.0557 \\ h_0 &= 0.00125 \text{ m}, G_{12} = 4.14 \text{ GPa} \\ a &= 1^{\text{m}}, b = a/R \text{ である。} \end{aligned}$$

表-1に固有振動数に関する形状比の影響を $\Delta \omega_n / \omega_n$ で表す。

表-1 [ABBAAB]r形態の積層板に対する $\Delta \omega_n / \omega_n$ A=-B, r=9

Angle	b/a				
	1	2	3	4	5
A=0°	0.6542693	0.35793050	0.2416239	0.1819136	0.1457735
A=15°	0.7268712	0.4351223	0.3014745	0.2292708	0.1648142
A=30°	0.8370545	0.5798866	0.4236246	0.3294473	0.2682585
A=45°	0.9055418	0.6982525	0.5380372	0.4294559	0.3546038
A=60°	0.9352087	0.7513349	0.5918935	0.4294559	0.3546038
A=75°	0.9397028	0.7285737	0.5530329	0.4366549	0.3581497
A=90°	0.9367307	0.6912499	0.5007504	0.3850490	0.3111667

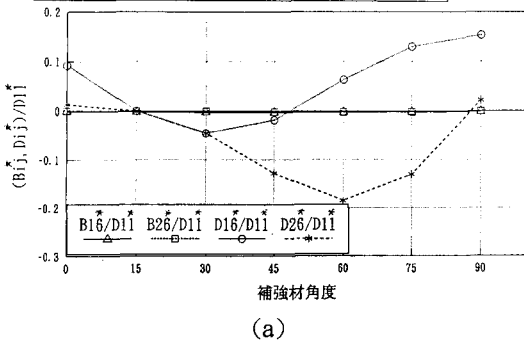


図-2 [ABBAAB]r形態の積層板に対する $(B_{16}^*, B_{26}^*, D_{16}^*, D_{26}^*)/D_{11}^*$

(a) A=15°, B=α (b) A=-B, r=5.

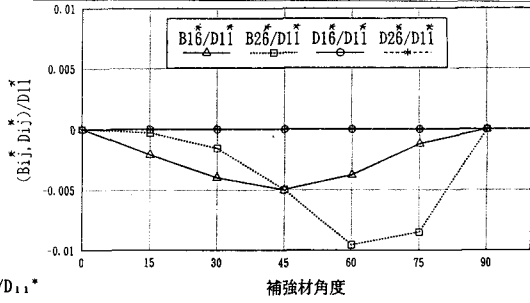
4 補強材の角度の影響

表-2、図-2(a)によってすべての角度のAとBに関して層数に関係なく A_{11}^*/D_{11}^* の値が1になる。

これが、[ABBAAB]r形態の積層板が疑似均質性の状態で古典理論を適用できることを表す。A≠-Bの場合、角度の変化に関して $(B_{16}^*, B_{26}^*)/D_{11}^*$ はほとんど0になるが $(D_{16}^*, D_{26}^*)/D_{11}^*$ の値は、A=-Bの時ではなく0に収斂しない。図-2(b)により、A=-Bの場合、全ての $(B_{16}^*, B_{26}^*, D_{16}^*, D_{26}^*)/D_{11}^*$ の値がちょうど0になる。

表-2 [ABBAAB]r形態の積層板に対する A_{11}^*/D_{11}^* , A=-B

Angle	A=0°	A=15°	A=30°	A=45°	A=60°	A=75°	A=90°
r							
1	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000
2	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000
3	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000
4	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000
5	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000
7	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000
9	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000



(b)

表-3 [ABBAAB]r形態の積層板に対する固有振動数 A=-B=75°, b/a=1

r	1	2	3	4	5	7	9
ω_n (***1)	506.8763	1434.500	2635.628	4057.969	5671.282	9394.636	13696.18
ω_n (***2)	507.2706	1434.778	2635.855	4058.164	5671.456	9394.780	13696.30
ω_n (***3)	529.2699	1497.001	2750.167	4234.159	5917.417	9802.217	14290.29
FRC ² (1)	0.918596	0.918596	0.918596	0.918596	0.908596	0.918596	0.918596
FRC ² (4)	0.837193	0.837193	0.837193	0.837193	0.837193	0.837193	0.837193
ω_n (***4) FRC ² (1)	507.2705	1434.778	2635.855	4058.164	5671.456	9394.780	13696.30
A_{11}^*/D_{11}^*	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000

5 まとめ

複合材料の板部材を設計することは大変複雑なことである。

したがって、本研究は予備設計時、疑似異方性定数を使用したのち「正確な解」が得られることと、簡単な解法の公式を使うことを提案する。この概念はLaminae数が増加される

ことによって D_{16} と D_{26} の項目だけではなく曲げ-引張カップリングの項目が減少されることと、Laminatesに関しても良い結果が得られる。[ABBAAB]r形態の積層板はそのLaminates中の1例であるのでLaminatesに関する広い研究結果を提示し、実際の設計者の一助となることを願うものである。最後に、本研究で提示された板は単純支持ではなく固定、混合境界条件でも拡張することができるので、この問題は別の機会に発表する予定である。

6 参考文献

(1)D.H.,Kim, Composite Structures for Civil and Architectural Engineering, to be Published by Elsevier Science Publishers Ltd.,1994.(2)Ashton,J.E.,and Whitney,J.M.,Theory of Angle Orientation and Plates, Technomic Publishing Co., Westport,1970.(3)D.H.,Kim, K.J.,Kim and K.S.,Kim, Influence of Angle Orientation & Plate Aspect Ratio on the Natural Frequency of Vibration of [ABBAAB]r Type Laminates, Proc. 3rd Japan Int'l SAMPE Symposium. Dec.1993.