

I-570

不規則支点変動を受ける弾性ばりの不規則応答解析

大日本コンサルタント㈱ 正員 〇久田 昌也
 長崎大学工学部 正員 岡林 隆敏
 大日本コンサルタント㈱ 正員 川神 雅秀

1. はじめに

長大橋梁に地震外力が作用した場合、地震波の伝播速度を考慮して、各支点に異なる地震波形を作用させる必要がある。本文は、このような構造物の解析モデルとして単純ばりを考え、各支点に時間遅れのある不規則外力が作用した場合、はりの変位および曲げモーメントの分散応答を解析する手法を提案するものである。地震外力は金井・田治見・Penzien⁽¹⁾モデルを用いて、これを形状関数で成形し、非定常確率過程と考えている。このような外力が作用する弾性ばりの定常応答および非定常応答解析の結果について報告する。

2. 基礎方程式

図-1のような支点に不規則な外力を受けて水平振動する弾性ばりを考える。x点におけるはりの変位は次式で与えられる。

$$u(x, t) = \sum_{k=1}^n \phi_k(x) q_k(t) + \sum_{i=1}^2 g_i(x) f_i(t) \quad (1)$$

ここで、はりの基準座標の方程式は次式となる。

$$\ddot{q}_k(t) + 2h_k \omega_k \dot{q}_k(t) + \omega_k^2 q_k(t) = - \sum_{i=1}^2 G_{ki} \ddot{f}_i(t) \quad (2)$$

ここに $G_{ki} = 1/M_k \int_0^L m \phi_k(x) g_i(x) dx$ なる支点加速度の影響係数であり、 $\phi_k(x)$: 振動モード、 $q_k(t)$: 基準座標、 $g_i(x)$: 左右端の変位のグリーン関数、 $f_i(t)$: i点の地盤の水平変位である。ここで $q_k(t)$ を(3)式の状態変数で定義すれば、(1)式は(4)式の構造系の状態方程式として表すことができる。

$$\mathbf{Y}(t) = [q_1(t) \cdots q_n(t) \quad \dot{q}_1(t) \cdots \dot{q}_n(t)]^T \quad (3)$$

$$\dot{\mathbf{Y}}(t) = \mathbf{A}_Y(t) \mathbf{Y}(t) + \mathbf{B}_Y \ddot{\mathbf{f}}(t_0), \quad \mathbf{Y}_0 = \mathbf{Y}(t_0) \quad (4)$$

3. 地震力のモデル化

地震モデルは、金井・田治見・Crough・Penzien型⁽¹⁾のパワースペクトル密度を持つものとして、(5)式を考える。

$$S_g(\omega) = \omega^4 (\omega_g^4 + 4h_g^2 \omega_g^2 \omega^2) S_0 / ((\omega_g^2 - \omega^2)^2 + 4h_g^2 \omega_g^2 \omega^2) \quad (5)$$

ここで、このパワースペクトル密度は、荷重系に白色雑音が作用したものとしてモデル化する。 $\mathbf{Z}_i(t)$ を(6)式の状態変数で定義すれば、荷重系の状態方程式は(7)式で表すことができる。

$$\mathbf{Z}_i(t) = [Z_{i1} \quad \dot{Z}_{i1} \quad Z_{i2} \quad \dot{Z}_{i2}]^T \quad (6)$$

$$\dot{\mathbf{Z}}_i(t) = \mathbf{A}_{Z_i}(t) \mathbf{Z}_i(t) + \mathbf{B}_{Z_i} n_i(t) \quad (7)$$

(5)式は平均値0の正規性白色雑音 $n_i(t)$ を入力とするフィルターにより構成できる。また支点に作用する地盤加速度は、 $\ddot{\mathbf{f}}(t) = \mathbf{e}(t) \mathbf{C}_i^T(t) \mathbf{Z}_i(t)$ となる。ここに、 $\mathbf{e}(t)$ は形状関数である。

$$\mathbf{C}_i^T = [-\omega_p^2 \quad -2h_p \omega_p \quad \omega_g^2 \quad 2h_g \omega_g] \quad (8)$$

4. 不規則応答解析

ここで、改めて構造-荷重系の状態変数を(9)式で表せば、状態方程式は(10)式となる。

$$\mathbf{X}(t) = [\mathbf{Y}(t) \quad \mathbf{Z}_1(t) \quad \mathbf{Z}_2(t)]^T \quad (9)$$

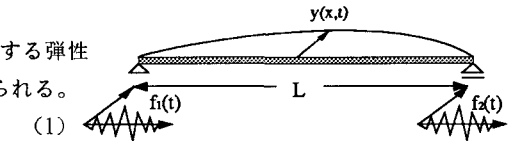


図-1 地盤のモデル化

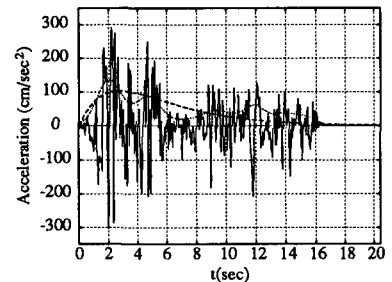


図-2 時間歴応答

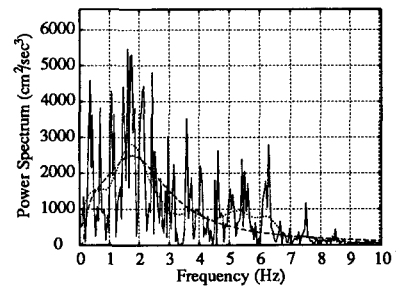


図-3 パワースペクトル密度

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{A}_X(t) \mathbf{X}(t) + \mathbf{B}_{X1} n(t) + \mathbf{B}_{X2} n(t-\tau) \quad (10)$$

次に応答の分散、共分散について考える。変位、曲げモーメントの応答式(11)、(12)式に必要な共分散

散は、共分散行列 $\mathbf{R}_x(t)$ の要素である $\mathbf{R}_y(t)$ の要素として得ることができる。

$$E[u^2(x, t)] = \phi_1^T E[\mathbf{q}(t)\mathbf{q}(t)^T] \phi_1 \quad (11)$$

$$E[M^2(x, t)] = \phi_2^T E[\mathbf{q}(t)\mathbf{q}(t)^T] \phi_2 \quad (12)$$

$$\mathbf{R}_x(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_y(t) & \mathbf{R}_{yz}(t) \\ \mathbf{R}_{zy}(t) & \mathbf{R}_z(t) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_y(t) = \begin{bmatrix} E[\mathbf{q}(t)\mathbf{q}(t)^T] & E[\mathbf{q}(t)\dot{\mathbf{q}}(t)^T] \\ E[\dot{\mathbf{q}}(t)\mathbf{q}(t)^T] & E[\dot{\mathbf{q}}(t)\dot{\mathbf{q}}(t)^T] \end{bmatrix}$$

この $\mathbf{R}_x(t)$ に関する共分散方程式は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{R}}_x(t) = & \mathbf{A}_x(t)\mathbf{R}_x(t) + \mathbf{R}_x(t)\mathbf{A}_x(t)^T + \mathbf{B}_1\mathbf{Q}\mathbf{B}_1^T \\ & + \mathbf{B}_2\mathbf{Q}\mathbf{B}_2^T + \phi(t, t-\tau)\mathbf{B}_1\mathbf{Q}\mathbf{B}_2^T + \mathbf{B}_2\mathbf{Q}\mathbf{B}_1^T\phi(t, t-\tau) \end{aligned} \quad (13)$$

となり、これは外力の非定常性および初期条件からの過

5. 数値解析と考察

対象とした構造物は単純支持の弾性ばりである。4次までの振動を考え、それぞれ振動数を $f_n=1, 4, 9, 16$ (Hz)、減衰定数を $h_n=0.02$ とし、支間中点についての数値解析を行った。入力地震波としては図-2に示すE1-Centro地震加速度波形(N-S成分)を使用し、図-3はこの波形のパワースペクトル密度曲線である。計算に使用する(8)式の定数は非線形最小二乗法により求めた。図-3の実線はこの場合のパワースペクトル密度である。図-4は、左右各支点に同時に同一の地震外力が作用した場合の、直接応答計算による支間中点の変位の応答である。図-5は支点に $\tau=0.5$ 秒遅れで地震外力が作用した場合の結果である。時間遅れがない場合の変位応答に比べて、時間遅れが $\tau=0.5$ 秒の時の変位応答は、図のように低下することが分かる。図-6は、直接応答解析による最大応答、共分散方程式による定常応答および非定常最大応答を示したものである。各応答は時間遅れがない場合の定常応答の値で基準化している。図の点線は直接応答の値を、実線は定常応答による標準偏差の値を、○印は非定常応答による標準偏差の値を示している。横軸は時間遅れで、縦軸は各応答を示した。

6. まとめ

本文では、支点に不規則な外力を受ける弾性ばりの不規則応答解析の手法を提案した。直接応答、定常応答および非定常応答の最大応答の比較を行ない、時間遅れに対する応答の傾向を把握することができた。

渡的变化の非定常応答を表現する方程式である。

ここで $\phi(t, t-\tau)$ は(14)式で定義される状態遷移行列である。

$$\phi(t, t_0) = \mathbf{A}_x(t)\phi(t, t_0), \quad \phi(t_0, t_0) = \mathbf{I} \quad (14)$$

また、外力を定常確率過程でモデル化した定常応答を考えると共分散行列 $\mathbf{R}_x(t)$ の時間的変化は $\mathbf{R}_x(t) = \mathbf{O}$ となり、状態遷移行列は $\phi(\tau)$ の時間遅れ τ のみの関数の(15)式で表され、定常応答の場合の共分散方程式は連立方程式を解くことにより求めることができる。

$$\begin{aligned} & \mathbf{A}_x(t)\mathbf{R}_x(t) + \mathbf{R}_x(t)\mathbf{A}_x(t)^T + \mathbf{B}_1\mathbf{Q}\mathbf{B}_1^T \\ & + \mathbf{B}_2\mathbf{Q}\mathbf{B}_2^T + \phi(\tau)\mathbf{B}_1\mathbf{Q}\mathbf{B}_2^T + \mathbf{B}_2\mathbf{Q}\mathbf{B}_1^T\phi(\tau) \\ & = \mathbf{O} \end{aligned} \quad (15)$$

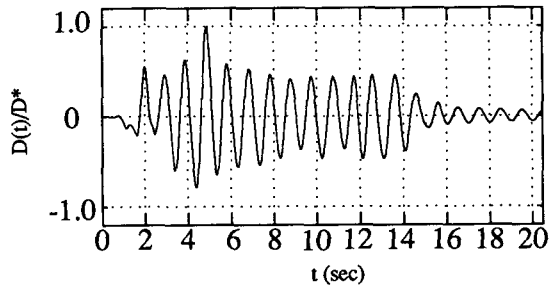


図4 時間歴応答($\tau=0$)

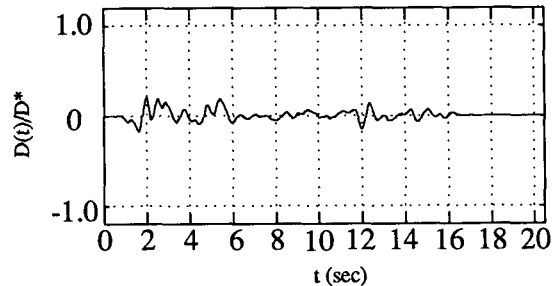


図5 時間歴応答($\tau=0.5$)

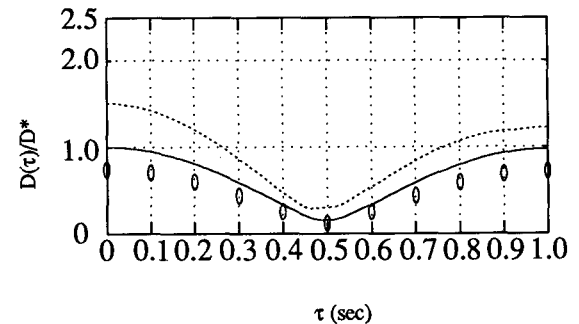


図6 最大応答の比較

【参考文献】 1)Crough, R. W. and J. Penzien: Dynamics of structures, McGraw-Hill, New York, 1960

2)岡林：土木学会論文報告集第286号