

I-471

弾性支持梁モデルによる大型弾性浮体の波浪応答解析

京都大学大学院 学生員 呉 冲 京都大学工学部 正員 宇都宮 智昭 京都大学工学部 正員 渡邊英一

1. はじめに

波による浮遊式海洋構造物の動的応答解析については、従来プラットホームや船を中心として多く研究されているが、そのほとんどは構造物を剛体として扱い波力を算出している。近年、浮体形式の海上空港等の大型海洋構造物も提案されているが、このような構造物は一般に剛性が比較的小さく、波浪応答解析の際、弾性変形は無視できない¹⁾。本研究はこのような構造物の波浪応答解析法の開発を主眼にして、形状関数を利用してFredholm積分方程式を離散化し、構造物を弾性支持梁でモデル化し、その弾性変形を考えた付加質量マトリックスと造波減衰マトリックスが直接に算出できる数値解析法を提案した。

2. 仮定と解析モデル

仮定：①構造物を奥行方向が無限である二次元問題として扱う。②波による構造物の弾性変形が小さくたわみ角による波の変形を無視する。③構造物の水平変位を無視する。④波は微小振幅波で、線形ポテンシャル理論が適用できる。

解析モデルは図1に示すような構造物に働く静水圧による復元力と係留力を弾性バネで置き換えた両端自由の単位幅の弾性支持梁である。

3. 構造物の変形と波力の連成方程式

ラグランジの方程式により、図1に示した弾性支持梁の運動方程式は次式で表わされる。

$$EI \frac{\partial^4 W}{\partial x^4} + kW + m \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = p \quad (1)$$

ここに、 EI = 梁の曲げ剛性； k = バネ係数； m = 梁の単位長さ当りの質量； $W(x, t)$ = 梁の鉛直変位（角周波数 σ の調和振動の場合： $W(x, t) = w(x)e^{-i\sigma t}$ ）； $p(x, t)$ = 動水圧。

線形ポテンシャル理論とベルヌーイの方程式によれば、波による浮体底面に作用する動水圧 $p(x, t)$ は次式で表現できる²⁾。

$$p(x, t) = -\rho \sum_{k=0}^2 \frac{\partial \Phi_k}{\partial t} = \sum_{k=0}^2 P_k(x) e^{-i\sigma t} = i\rho\sigma \sum_{k=0}^2 \phi_k e^{-i\sigma t} \quad \rho: \text{流体密度} \quad (2)$$

ここに、 ϕ_0 は式(3)で表す入射波の複素速度ポテンシャルであり、 ϕ_1 、 ϕ_2 はそれぞれ回折波および造波の複素速度ポテンシャルである。グリーンの公式²⁾を利用すると、 ϕ_1 、 ϕ_2 は式(4)-(6)を満たす関数として表わされる。

$$\phi_0 = -i \frac{Hg}{2\sigma} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} e^{ikx} \quad H: \text{波高} \quad (3)$$

$$0.5\phi_k + \int_{\Gamma} \phi_k \frac{\partial G}{\partial n} ds = \int_{\Gamma} G \frac{\partial \phi_k}{\partial n} ds \quad k=1,2 \quad (4)$$

ここに、 G = 二次元のグリーン関数³⁾； Γ = 没水表面；

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial n} = -\frac{\partial \phi_0}{\partial n} \quad \text{on } \Gamma \quad (5)$$

$$\frac{\partial \phi_2}{\partial n} = -i\sigma w(x) \quad \text{on } \Gamma \quad (6)$$

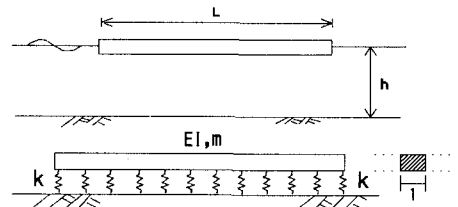


図1 解析モデル

強制力の p_0 、 p_1 は構造物の変位 w と独立に式(2)-(5)より求められるが、構造物と波の相互作用に係る p_2 は式(1)-(6)を連立して構造物の変位 w とともに解かなければならない。一般に、この連成方程式から解析解は得られず、数値解析法で計算する必要がある。

4. 数値解析法

まず、梁を n 個の要素に分割して、各連続量（梁の変位や速度ポテンシャル等）を各節点の値からなるベクトルと形状関数（または内挿関数）の積で表し、式(1)と式(4)を各節点においてのみ満足させる。梁の変位 $w(x)$ 、速度ポテンシャル ϕ_k を式(7)で表わし、これを式(4)に代入すると、式(8)となる。

$$\phi_k = f_k \phi_k; \quad \frac{\partial \phi_0}{\partial n} = f_1^* \frac{\partial \phi_0}{\partial n}; \quad w = f_2^* w \quad k=1, 2 \quad (7)$$

$$\left(0.5I + \int_{\Gamma} \frac{\partial G}{\partial n} f_k ds \right) \phi_k = \begin{cases} -\int_{\Gamma} G f_1^* ds \frac{\partial \phi_0}{\partial n} & k=1 \\ -i\sigma \int_{\Gamma} G f_2^* ds w & k=2 \end{cases} \quad (8)$$

さらに、

$$\alpha_k = 0.5I + \int_{\Gamma} \frac{\partial G}{\partial n} f_k ds; \quad \beta_k = \int_{\Gamma} G f_k^* ds; \quad \gamma_k = \alpha_k^{-1} \beta_k \quad (9)$$

を式(8)と式(2)に代入すると、回折波および造波の圧力は次式になる。

$$p_1 = -i\rho\sigma\gamma_1 \frac{\partial \phi_0}{\partial n}; \quad p_2 = \rho\sigma^2\gamma_2 w \quad (10)$$

また、式(1)の第1項を差分で表すと、式(1)は式(11)で表現できる。

$$(A - \rho\sigma^2\gamma_2)w = p_0 + p_1 \quad (11a)$$

$$Aw = \sum_{k=0}^2 p_k \quad (11b)$$

ここに、 $A = a + (k - \sigma^2 m)I$; a = 差分法による係数マト

リックス; f = 形状関数（または内挿関数）; また、太字はベクトルまたはマトリックスを表す。

さらに、 $m_a = \rho \operatorname{Re}(\gamma_2)$; $c = \rho \operatorname{Im}(\gamma_2)/\sigma$

(12)

とすると、 m_a 、 c はそれぞれ付加質量マトリックスおよび造波減衰マトリックスに相当し¹⁾、式(12)から直接に求められる。一般に、造波の動水圧と構造物の変位は式(10)と式(11a)で求められるが、 γ_2 は複素フルマトリックスであるのに対して、 A は実バンドマトリックスであるから、造波の波力が入射波と反射波の波力に比べて小さい場合には、式(10)と式(11b)に基づいた反復計算法によって高速に計算できる。

5. 数値計算例

数値計算の一例として、水深 $h=20\text{m}$ 、無次元化波数 $hk=1.0$ 、波高 $=2.0\text{m}$ 、吃水 $=2.5\text{m}$ である場合の曲げ剛性と長さが異なるモデル構造の変位の解析結果を図2に示す。この図から、曲げ剛性の大きい場合および浮体長が短い場合はほぼ剛体としての運動を示すが、浮体が長くなると波の入射側のみが変形するような応答を示すのが判った。また、これらの例は反復計算法によったが、大抵10回ぐらいの計算で収束した。

6. 今後の課題

本研究では弾性変形を考える大型浮体式構造物の波浪応答解析法において簡単な一次元モデルを利用し、その有効性を確認した。今後はこの方法を二次元または三次元の問題に拡張するつもりである。

参考文献：1) 林 伸幸(1994), FEM-BEM結合法による大型弾性浮体の波力応答解析, 京都大学工学部修論;

2) T. Sarpkaya, M. Isaacson (1981), Mechanics of Wave Forces on Offshore Structures, Van Nostrand Reinhold Company, pp381-466; 3) X. Yu, M. Isobe, A. Watanabe, K. Sakai (1992), Analysis of Wave Motion over Submerged Plate by Boundary Element Method, (eds.) S. Kobayashi, N. Nishimura, Springer-Verlag, pp393-402

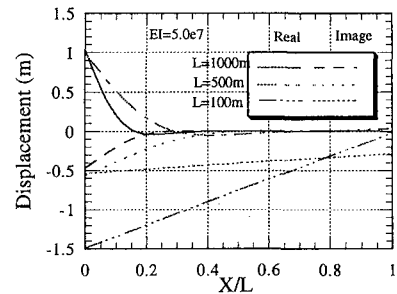
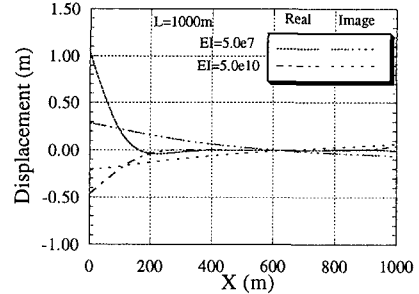


図2 モデル構造の波浪応答