

1. まえがき

現在、シールドトンネル、共同溝および地中埋設管等の線状地中構造物の耐震設計は、自由地盤内の地震時の変位を、地盤バネを介して構造物に静的に作用させて断面力を求める応答変位法がよく用いられる。その際、地盤バネの設定とその方法が重要な問題となる。地盤バネ定数は、線状地中構造物の断面形状、断面の大きさ、地盤の剛性および境界条件等に関連するものと考えられるが、設計上の実用性から、地盤のせん断弾性係数の定数倍として設定する方法が用いられることがある¹⁾。しかしながら、この方法の妥当性や理論的背景は、必ずしも明かではないように思われる。筆者は先に、地盤を弾性体と仮定し、円形断面の線状地中構造物に対する軸方向の地盤バネ定数を静的弾性論によって評価した²⁾。本報告では、円形断面の線状地中構造物に対する軸直角方向の地盤バネ定数について、同様な静的弾性論による評価を試みるものである。

2. 円孔に強制変位を作用させた時の応力関数の誘導

図-1に示すような半径**b**の円孔に対して、円孔周辺に強制変位を作用させ、半径**a**の位置で変位をゼロに指定した時の解(平面応力)を求める。このとき複素応力関数 $\phi(z)$ および $\bar{\phi}(z)$ は、次式のように表される³⁾。

$$\phi(z) = Lz \cdot \log z + M \cdot \log z + \sum A_n z^n$$

$$\bar{\phi}(z) = Nz \cdot \log z + K \cdot \log z + \sum B_n z^n$$

(1)

ここに、 L は実数定数、 M 、 N 、 K 、 A_n および B_n は複素定数である。

円孔周りのクイチガイのない条件として

$$L = 0$$

(2)

$$(3-\nu)M + (1+\nu)\bar{N} = 0$$

(3)

変位と応力関数との関係は

$$u_r - iu_\theta = \frac{1}{2G} \left[\frac{3-\nu}{1+\nu} \bar{\phi}(z) - \{z\phi'(z) + \phi'(z)\} \right] e^{i\theta} \quad (4)$$

ここに、 u_r 、 u_θ はそれぞれ半径方向と周方向の変位であり、 G 、 ν はそれぞれせん断弾性係数とポアソン比である。また、 $r=a$ と $r=b$ での境界条件は、次式で与えられるものとする。

$$r=a; \quad z = a \cdot e^{i\theta} \quad \text{で} \quad u_r - iu_\theta = \bar{a}_0 + \sum (\bar{a}_n \cos n\theta + \bar{b}_n \sin n\theta)$$

$$r=b; \quad z = b \cdot e^{i\theta} \quad \text{で} \quad u_r - iu_\theta = \bar{c}_0 + \sum (\bar{c}_n \cos n\theta + \bar{d}_n \sin n\theta) \quad (5)$$

式(1)から(4)を用いて $r=b$ ($z=be^{i\theta}$)での変位を求め、式(5)の第2式右辺と係数比較を行うと、次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} -\frac{K}{b} + \frac{3-\nu}{1+\nu} \bar{A}_1 b - A_1 b &= 2G\bar{c}_0 \\ \frac{3-\nu}{1+\nu} \bar{A}_2 b^2 - \frac{B_{-1}}{b^2} - M &= 2G \cdot \frac{\bar{c}_1 + i\bar{d}_1}{2} \\ -N(2\log b + 1) + \frac{3-\nu}{1+\nu} \bar{A}_0 - 2A_2 b^2 - B_1 &= 2G \cdot \frac{\bar{c}_1 - i\bar{d}_1}{2} \\ \frac{3-\nu}{1+\nu} \bar{A}_{n+1} b^{n+1} + (n-1)A_{-n+1} b^{-n+1} + nB_{-n} b^{-n-1} &= 2G \cdot \frac{\bar{c}_n + i\bar{d}_n}{2} \quad (n \geq 2) \\ \frac{3-\nu}{1+\nu} \bar{A}_{-n+1} b^{-n+1} - (n+1)A_{n+1} b^{n+1} - nB_n b^{n-1} &= 2G \cdot \frac{\bar{c}_n - i\bar{d}_n}{2} \quad (n \geq 2) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

また、 $r=a$ ($z=ae^{i\theta}$)での境界条件より、式(6)と同様な5個の方程式が得られる。ただし、変位ゼロの条件から、フーリエ係数は $a_0 = a_n = b_n = 0$ ($n \geq 1$)となる。式(6)および $r=a$ での境界条件式において、未知定数の数は、 $M, N, K, A_1, A_2, B_{-1}, \{(3-\nu)/(1+\nu) \cdot \bar{A}_0 - B_1\}, A_{n+1}, A_{-n+1}, B_{-n}$ および B_n ($n \geq 2$) の11個であり、

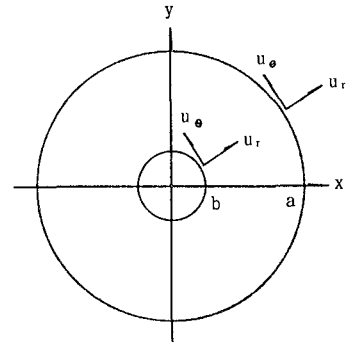


図-1 円孔の解析モデル

一方方程式の数は、式(3)と合わせて11個であるから以上の未知定数を求めることができる。

3. 地中構造物周辺の地盤反力と地盤バネ定数の算定

図-2に示すような円形の地中構造物周辺に働く半径方向の直応力 σ_r および周方向のせん断応力 $\tau_{r,\theta}$ に対して、応力関数との関係から

$$\sigma_r - i\tau_{r,\theta} = 2\text{Re}[\phi'(z)] - \{\bar{z}\phi''(z) + \phi''(z)\}e^{2i\theta} \quad (7)$$

図-3に示すように、地中構造物周辺に一樣な強制水平変位 δ 、すなわち $u_r = \delta \cos \theta$ 、 $u_\theta = -\delta \sin \theta$ を作用させたと仮定すれば、複素フーリエ係数は $c_1 = \delta$ 、 $d_1 = -i\delta$ でそれ以外がゼロとなり、また、 $K = A_1 = 0$ 、 $A_{-n+1} = A_{n+1} = B_{-n} = B_n = 0$ ($n \geq 2$)となる。このとき式(1)と(7)から、地中構造物周辺の応力として次式が得られる。

$$\begin{aligned} \sigma_r &= (1/b) \cdot (3M - N + 2A_2b^2 - 2B_{-1}/b^2) \cos \theta \\ \tau_{r,\theta} &= (1/b) \cdot (M + N + 2A_2b^2 - 2B_{-1}/b^2) \sin \theta \end{aligned} \quad (8)$$

式(8)を用いて、地中構造物に働く水平方向の反力 P_x を求めると

$$P_x = b \int_0^{2\pi} (\sigma_r \cos \theta - \tau_{r,\theta} \sin \theta) d\theta = 2\pi(M - N) \quad (9)$$

式(6)および $r=a$ での境界条件式から M および N を求め、式(9)に代入すれば、線状地中構造物に対する軸直角方向の地盤バネ定数 k が次式のように求められる。

$$k = P_x / \delta = \alpha \cdot G \quad (10)$$

$$\alpha = \frac{8\pi(3-\nu)}{(3-\nu)^2 \log \lambda - (1+\nu)^2(\lambda^2-1)/(\lambda^2+1)}, \quad \lambda = a/b$$

平面ひずみ状態に対しては、 ν を $\nu/(1-\nu)$ に置き換えて次式を得る。

$$\alpha = \frac{8\pi(3-4\nu)(1-\nu)}{(3-4\nu)^2 \log \lambda - (\lambda^2-1)/(\lambda^2+1)} \quad (11)$$

式(10)および(11)によれば、地盤バネ定数 k が地盤のせん断弾性係数 G およびポアソン比 ν と、変位がゼロとなる半径と地中構造物の半径との比 λ に関係することがわかる。

上述の解をチェックする目的で、FEMを用い円形の地中構造物周辺に強制変位を与えた時の反力から地盤バネ定数を求めた。表-1は、 $\lambda=5$ ($b=1.0\text{m}$, $a=5.0\text{m}$) $G=2000\text{tf/m}^2$ の条件で、ポアソン比を変えた時の式(11) α の値とFEMでの値を示しており、ほぼ一致していることがわかる。

図-4は、ポアソン比を0.3としたとき式(11)で求めた α と λ の関係を示している。図-4によれば、係数 α は λ の増加に伴って減少するが、 λ が10程度から α の低減が小さくなることがわかる。

4. あとがき

本報では、円形断面を有する線状地中構造物の軸直角方向地盤バネ定数を、静的弾性論によって評価した。その結果、地盤のせん断弾性係数およびポアソン比と、変位がゼロとなる半径と地中構造物の半径との比に関連することが示された。今後は、地中構造物周辺の地盤改良等による不均質性の影響や地表面が存在することの影響を取り入れてゆく必要がある。

<参考文献> 1)土木学会編：動的解析と耐震設計、第4巻ライフライン施設、技報堂出版、1989

2)松原勝己：線状地中埋設構造物の軸方向地盤バネ定数について、第21回関東支部技術研究発表会、1994

3)森口繁一：2次元弾性論、岩波講座・現代応用数学、岩波書店、1957

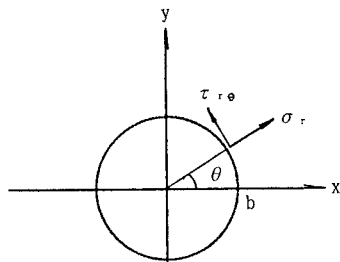


図-2 地中構造物周辺に働く応力

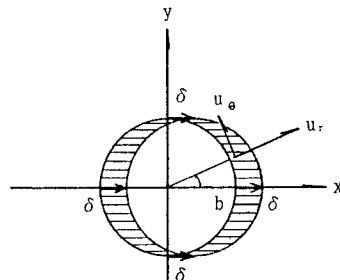


図-3 地中構造物周辺に作用させる強制変位

表-1 本報の方法とFEMとの比較
($G=2000\text{tf/m}^2$, $\lambda=5$)

ポアソン比 ν	本報の方法 による α	FEM による α
0.30	7.379	7.713
0.40	9.461	9.965
0.45	11.895	12.639

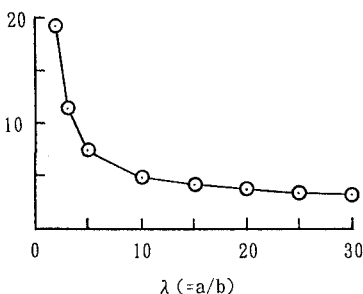


図-4 λ と α の関係 ($\nu=0.3$ の場合)