

I - 416

対話型ゴールプログラミングによる構造物の多目標最適設計について

八戸工業高等専門学校 正員 斉藤 進
早稲田大学理工学部 正員 堀井健一郎
早稲田大学理工学部 正員 依田 照彦

1. まえがき

構造物の最適設計においては、尺度が異なり相競合する複数の設計目標が存在しているのが一般的であるが、これらの設計目標の達成の優先度は事前に与えることができない場合が多く、設計者は逐次的に解のトレードオフを行いその結果を見ながら最適解を決定することが必要となる。本研究はこのような場合の最適設計に対して対話型ゴールプログラミングの有効性を示そうとしたものである。

2. ゴールプログラミング問題の基本式

一般的多目的計画法問題は次のように定式化されている。

$$\text{find } X = \{x_1, \dots, x_n, \dots, x_N\} \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{to minimize } f(X) = \{f_1(X), \dots, f_i(X), \dots, f_I(X)\} \dots\dots (2)$$

$$\text{subject to } g_j(X) \leq 0, j=1, 2, \dots, J \dots\dots\dots (3)$$

上式において X は N 次元決定(設計)変数ベクトル、 $f(X)$ は I 次元目的関数ベクトル、 $g_j(X) \leq 0$ は制約条件式である。今、(2)式の目的関数に対してある目標値 $\hat{f} = \{\hat{f}_1, \dots, \hat{f}_i, \dots, \hat{f}_I\}$ を設定し、多目的計画法問題をゴールプログラミングに変換するとその基本式は次のように定式化される。

$$\text{find } X = \{x_1, \dots, x_n, \dots, x_N\} \dots\dots\dots (4)$$

$$\text{to minimize } a = \left\{ \sum_{i \in 1^+} (w_i^+ d_i^+ + w_i^- d_i^-), \dots, \sum_{i \in 1^+} (w_i^+ d_i^+ + w_i^- d_i^-), \dots, \sum_{i \in 1^+} (w_i^+ d_i^+ + w_i^- d_i^-) \right\} \dots\dots (5)$$

$$\text{subject to } g_j(X) \leq 0, j=1, 2, \dots, J \dots\dots\dots (6)$$

$$f_i(X) - d_i^+ + d_i^- = \hat{f}_i, i=1, 2, \dots, I \dots\dots\dots (7)$$

$$d_i^+ \cdot d_i^- = 0, d_i^+ \geq 0, d_i^- \geq 0, i=1, 2, \dots, I \dots\dots (8)$$

ここで(5)式は達成関数、(7)式は目標制約式、 d_i^+ は超過差異変数、 d_i^- は不足差異変数、 w_i^+ 、 w_i^- は重み係数と呼ばれる。 $1_k + \phi$ は k 番目の優先順位のクラスに属する目的関数の添字の集合を表す。また、(5)式において Σ でまとめられたグループは優先順位の高い順に並べられているものとする。

3. 対話型ゴールプログラミング

(5)式で示されるように目標達成の優先度は、付順(優先順位を付けること)と加重(重み係数を付けること)によって与えられる。これらが明確で事前に付与が可能な場合は、(4)式~(8)式の問題を1回だけ解いて得られる解が最適解となる(非対話型)。一方、優先度が曖昧で順位や重みを付与することができない場合は、対話的に優先順位を変更したり目標値の緩和を行うトレードオフを通じて最適解を決定しなければならない。以下にMasud等⁽¹⁾によるISGPを基本にした対話型ゴールプログラミングの計算手順を示す。

STEP 1: 理想点 f^* と最悪点 f_{*} の決定 ($i=1, 2, \dots, I$)

STEP 2: 目標値 $\hat{f}_i$ ($f_{*i} \leq \hat{f}_i \leq f_{*i}$) の付与 ($i=1, 2, \dots, I$)

STEP 3: 基本解 f^0 の計算 (以下(4), (6), (7), (8)式は略)

$$\text{minimize } a = \left\{ \sum_{i=1}^I (w_i^+ d_i^+) \right\} \dots\dots\dots (9)$$

(重み係数 w_i によって尺度の違いを調整する。)

STEP 4: 代替解 f^k の計算 $k=1, 2, \dots, I$ について

$$\text{minimize } a^k = \{w_k^+ d_k^+ + w_k^- d_k^-, \sum_{i=1}^I (w_i^+ d_i^+) \} \dots\dots (10)$$

STEP 5: トレードオフ表を作成し基本解 f^0 と代替解 f^k の中に満足できる解があるかどうか判断し、もしあれば計算を終了する。なければ次に進む。

STEP 6: 新しい目標値 $\hat{f}_i$ の付与 ($i=1, 2, \dots, I$)

STEP 7: 修正量 Δf_i^+ 、 Δf_i^- の計算

$$\Delta f_i^- = \hat{f}_i - f_i^0, i \in I_1 \dots\dots\dots (11a)$$

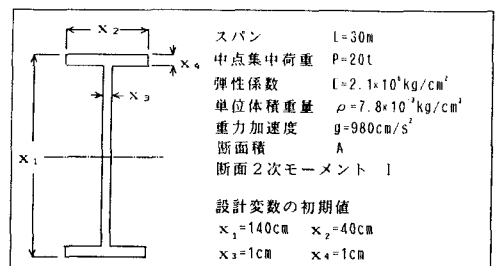


図1. 桁断面と計算のための諸元

$$\Delta f_i^+ = f_i^0 - \hat{f}_i, i \in I_t \dots\dots\dots (11b)$$

ここで I_t は目標値を緩める目標の添字の集合、
 I_t はきつくする目標の添字の集合である。

STEP 8: 新しい目標値 $\hat{f}_i$ の妥当性のチェック

もし1つ以上の $\Delta f_i^+ > 0$ が存在すれば少なくとも1つ以上の $\Delta f_i^- > 0$ が存在しなければならない。このことが成立していなければ STEP 6 に戻り目標値の設定をやり直す。もしよければ STEP 9 に進む。

STEP 9: 基本解 f^0 の計算

$$\text{minimize } a = \left\{ \sum_{i \in I_1} (w_i^+ d_i^+), \sum_{i \in I_t} (w_i^+ d_i^+) \right\} \dots (12)$$

STEP 10: 代替解 f^k の計算 $k=1, 2, \dots, I$ について

$$\text{minimize } a^k = \left\{ w_k^+ d_k^+ + w_k^- d_k^-, \sum_{i \in I_1} (w_i^+ d_i^+), \sum_{i \in I_t} (w_i^+ d_i^+) \right\} \dots (13)$$

STEP 5 に戻る。

以上の手順の中で設計者に判断が求められるのは、STEP 2, 5, 6 の手順であり他は自動的に処理される。

4. 計算例題と計算結果

図1. に示すI形断面の単純桁の設計問題を例とする。
 設計変数は4つの断面寸法 $x_1 \sim x_4$ 、制約条件は示方書よりフランジとウェブの板厚、及び中点の最大応力度、目的関数は固有振動数 f 、重量 W 、中点のタワミ δ の3つとし最小化を目標とする。(4)式~(8)式に従ってこの問題をゴールプログラミング問題として示すと、

$$\text{find } X = \{x_1, x_2, x_3, x_4\} \dots\dots\dots (14)$$

$$\text{to minimize } a = \{w_1^+ d_1^+, w_2^+ d_2^+, w_3^+ d_3^+\} \dots (15)$$

$$\text{subject to } g_1 = (x_2 - x_3)/26.2 - x_4 \leq 0 \dots (16)$$

$$g_2 = (x_1 - 2x_4)/152 - x_3 \leq 0 \dots (17)$$

$$g_3 = \sigma_c - \sigma_{ca} \leq 0 \dots (18)$$

$$f_1 = f: (1/2\pi)(\pi/L)^2 (EI/GA\rho)^{1/2} - d_1^+ + d_1^- = \hat{f} \dots (19)$$

$$f_2 = W: \rho AL - d_2^+ + d_2^- = \hat{W} \dots (20)$$

$$f_3 = \delta: PL^3/48EI - d_3^+ + d_3^- = \hat{\delta} \dots (21)$$

(15)式は $f_1 = f \leq \hat{f}$ 、 $f_2 = W \leq \hat{W}$ 、 $f_3 = \delta \leq \hat{\delta}$ なる目標をこの順で実現しようとする時の達成関数であるが、3. で述べた対話型を適用した場合、(15)式の内容と目標値 $\hat{f}$ 、 $\hat{W}$ 、 $\hat{\delta}$ は逐次的に変わることになる。

図2. に示した計算結果では最初の目標値として $\hat{f}=3.5\text{Hz}$ 、 $\hat{W}=6000\text{kg}$ 、 $\hat{\delta}=3.0\text{cm}$ を与えて1回目のトレードオフ表を、次に新しい目標値として $\hat{f}=4.5\text{Hz}$ 、 $\hat{W}=9000\text{kg}$ 、 $\hat{\delta}=7.0\text{cm}$ を与えて2回目のトレードオフ表を得ている。1回目の結果に対して2回目では各目標の理想点に対する達成度(%で表示)が平均化されている。設計者は2回目のトレードオフ表の2番目の代替解を最適解として受け入れたことになる。

5. まとめ 本研究における対話型ゴールプログラミングの特徴は自動的に処理される部分が多く設計者の負担が少ないことである。一方、問題点としては1ステージで(目標数+1)回のゴールプログラミング問題を解かなければならず計算量がかなり多いことが挙げられる。

参考文献 (1)Masud,Hwang:「Interactive Sequential Goal Programming」J. Ope. Res. Soc.[32] 1981

INTERACTIVE SEQUENTIAL NONLINEAR GOAL PROGRAMMING --計算中			
TRADE-OFF TABLE NO.= 1			
	F1	F2	F3
F-IDP	2.97	5630.18	1.91
F-MWP	5.83	15546.38	12.50
GOAL	.00(.0%)	.00(.0%)	.00(.0%)
理想点(IDP)と最悪点(MWP)をみて目標値(GOAL)を入力して下さい。			
3.5,6000,3.0			
計算中			
TRADE-OFF TABLE NO.= 1			
	F1	F2	F3
F-IDP	2.97	5630.18	1.91
F-MWP	5.83	15546.38	12.50
GOAL	3.50(81.4%)	6000.00(96.3%)	3.00(89.7%)
WEIGHT	4.08	.000995	1.00
PS F=0	3.96(65.3%)	8093.94(75.2%)	7.94(43.1%)
AS F=1	3.50(81.4%)	8992.25(66.1%)	9.15(31.7%)
AS F=2	4.37(51.0%)	6000.02(96.3%)	8.80(34.6%)
AS F=3	5.47(12.5%)	11232.70(43.5%)	3.00(89.7%)
NEW GOAL	.00(.0%)	.00(.0%)	.00(.0%)
基本解(AS)と代替解(PS)の中に満足できる解がありますか。 あったら 'Y' をなかったら 'N' を入力して下さい。			
N			
新しい目標値(NEW GOAL)を入力して下さい。			
4.5,9000,7.0			
TRADE-OFF TABLE NO.= 1			
	F1	F2	F3
F-IDP	2.97	5630.18	1.91
F-MWP	5.83	15546.38	12.50
GOAL	3.50(81.4%)	6000.00(96.3%)	3.00(89.7%)
WEIGHT	4.08	.000995	1.00
PS F=0	3.96(65.3%)	8093.94(75.2%)	7.94(43.1%)
AS F=1	3.50(81.4%)	8992.25(66.1%)	9.15(31.7%)
AS F=2	4.37(51.0%)	6000.02(96.3%)	8.80(34.6%)
AS F=3	5.47(12.5%)	11232.70(43.5%)	3.00(89.7%)
NEW GOAL	4.50(46.4%)	9000.00(66.0%)	7.00(51.9%)
DF+	.00	.00	.84
DF-	.54	906.06	.00
この新しい目標値(NEW GOAL)でよろしいですか もしよかったら 'Y' をよくなかったら 'N' を入力して下さい			
Y			
計算中			
TRADE-OFF TABLE NO.= 2			
	F1	F2	F3
F-IDP	2.97	5630.18	1.91
F-MWP	5.83	15546.38	12.50
GOAL	4.50(46.4%)	9000.00(66.0%)	7.00(51.9%)
WEIGHT	4.15	.000840	1.00
PS F=0	4.50(46.4%)	7107.76(85.1%)	7.00(51.9%)
AS F=1	4.50(46.4%)	7107.76(85.1%)	7.00(51.9%)
AS F=2	4.50(46.4%)	9000.00(66.0%)	5.53(65.8%)
AS F=3	4.50(46.4%)	7107.77(85.1%)	7.00(51.9%)
NEW GOAL	.00(.0%)	.00(.0%)	.00(.0%)
基本解(AS)と代替解(PS)の中に満足できる解がありますか。 あったら 'Y' をなかったら 'N' を入力して下さい。			
Y			
解の番号を入力して下さい。			
2			
SOLUTION F=2	4.50	9000.00	5.53
VARIABLE X =	132.420	38.726	1.804 1.973

図2. 計算結果(対話画面)