

I-406

静的挙動および振動数の制約にもとづくトラス構造物の総合的な最適設計

三井造船(株) 正会員 ○奥山 裕史
愛媛大学工学部 正会員 大久保 禎二
愛媛大学工学部 正会員 谷脇 一弘

1. まえがき

著者らは、これまでに静荷重によるトラス構造物の応力度や節点変位の制約条件のもとで、各部材要素の断面積および使用材種、形状を同時に最適化することのできる総合的な最適設計システムを開発しているが、本研究では、構造物の静的な挙動の制約条件のみならず固有振動数に関する制約条件をも取り扱えるようにシステムを拡張し、不静定トラス構造物の最適設計を行った結果および問題点等について述べるものである。

2. 2段階最適化によるトラス構造物の総合的な最適設計法

本研究で対象としているトラス構造物の最適設計問題では、形状変数として節点座標 S 、各部材に関する設計変数として断面積 A および使用材種 M を考慮している。この場合、 M は使用可能材種群から離散的に選択するものとしている。また、制約条件 g_j として全部材の応力度、節点変位および最低次モードの振動数の制約を考慮するものとし、目的関数としてトラス構造物の総製作費 W を最小にする最適設計問題を考える。

上記の最適設計問題を解くために、まず設計変数 A, S, M に関する1次の偏微分係数を求め、その符号により順変数もしくは逆変数を用い、次に示す変数分離型の凸近似設計問題を導入する。この場合、目的関数として $W(A, S, M)$ の変化量 $\Delta W(A, S, M^0 + \Delta M)$ を、 M については変化量 $\Delta M = [\Delta M_1, \dots, \Delta M_n]^T$ を新たな設計変数として考慮している。

$$\begin{aligned} &\text{find} \quad A, S, \Delta M, \quad \text{which} \\ &\text{minimize} \quad \Delta W(A, S, M^0 + \Delta M) = \sum_{i=1}^n \omega_{Ai} (M_i^0 + \Delta M_i) A_i + \sum_{k=1}^p \left[\omega_{Sk(+)} (M^0 + \Delta M) S_k - \omega_{Sk(-)} (M^0 + \Delta M) (S_k^0)^2 \frac{1}{S_k} \right] \quad (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\text{subject to} \quad g_j(A, S, M^0 + \Delta M) = \sum_{i=1}^n \left[a_{ji(+)} A_i - a_{ji(-)} (A_i^0)^2 \frac{1}{A_i} + m_{ji} \Delta M_i \right] + \sum_{k=1}^p \left[s_{jk(+)} S_k - s_{jk(-)} (S_k^0)^2 \frac{1}{S_k} \right] + \bar{U}_j \leq 0 \quad (j=1, \dots, m) \quad (2) \\ &\quad A_i^l \leq A_i \leq A_i^u \quad (i=1, \dots, n) \quad S_k^l \leq S_k \leq S_k^u \quad (k=1, \dots, p) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\text{ここに、} \quad \bar{U}_j = g_j(A^0, S^0, M^0) - \sum_{i=1}^n A_i^0 [a_{ji(+)} - a_{ji(-)}] - \sum_{k=1}^p S_k^0 [s_{jk(+)} - s_{jk(-)}], \quad \omega_{Ai} (M_i^0 + \Delta M_i) = \frac{\partial W}{\partial A_i} = \rho_{ci} (M_i^0 + \Delta M_i) l_i (\bar{S}_i) \\ &\quad \omega_{Sk} (M^0 + \Delta M) = \frac{\partial W}{\partial S_k} = \sum_{i \in S_p} \rho_{ci} (M_i^0 + \Delta M_i) A_i \frac{\partial l_i(\bar{S}_i)}{\partial S_k}, \quad a_{ji} = \frac{\partial g_j}{\partial A_i}, \quad s_{jk} = \frac{\partial g_j}{\partial S_k}, \quad m_{ji} = \frac{\partial g_j}{\partial M_i}, \quad M = M^0 + \Delta M \end{aligned}$$

また、 $\rho_{ci}(M_i)$: 部材 i の単位コスト、 n, m, p : 部材要素の数、制約条件の数および形状変数として考慮した節点座標の数、 l, u : 各設計変数の下限値、上限値、記号(+), (-): 感度係数の符号、 S_p : 節点 k に接続している部材の集合、 a_{ji}, s_{jk}, m_{ji} は設計変数 A, S, M に関する各制約条件の感度係数を示している。

応力度および変位の制約条件の感度係数は、力の釣合方程式を設計変数で偏微分することにより解析的に計算することができる。また、最低次モードの振動数の制約条件の感度係数は、振動方程式から導入される固有値問題の基礎式を設計変数に関して偏微分することにより得られる固有値の偏微分係数として次式により与えられる。

$$a_{ji} = -\{\phi\}_1^T \frac{\partial K_S}{\partial A_i} \{\phi\}_1 + \omega_1^2 \{\phi\}_1^T \frac{\partial M_S}{\partial A_i} \{\phi\}_1 \quad (3), \quad s_{jk} = -\{\phi\}_1^T \frac{\partial K_S}{\partial S_k} \{\phi\}_1 + \omega_1^2 \{\phi\}_1^T \frac{\partial M_S}{\partial S_k} \{\phi\}_1 \quad (4)$$

$$m_{ji} = -\{\phi\}_1^T \frac{\partial K_S}{\partial A_i} \{\phi\}_1 \cdot \frac{A_i^0}{E_i(M_i^0)} [E_i(M_i) - E_i(M_i^0)] + \omega_1^2 \{\phi\}_1^T \frac{\partial M_S}{\partial M_i} \{\phi\}_1 \quad (5)$$

ここに、 $\omega_1, \{\phi\}_1$ はそれぞれ最低次モードの固有値および固有ベクトル、 K_S, M_S はそれぞれ全体剛性マトリックスおよび質量マトリックスである。

上記の凸近似設計問題を双対法により解くこととする。この過程において A および S は連続変数、 ΔM は使用材種群から選択される離散変数として取り扱わなければならないが、構造物の応力度、たわみおよび振動数は EA の関数として表されることから、まず第1段階の最適化として、 M を定数($\Delta M = 0$)とし、 EA を1つの変数と考え、 S とともに連続変数として取り扱いその最適解を求める。つぎに第2段階の最適化として、 S を一定値とし、第1段階最適化において

決定されたアクティブな制約条件群を満足し、さらに経済的となる $\mathbf{A}$ および $\Delta\mathbf{M}$ 、すなわち $\rho_{cl}(\Delta\mathbf{M})$ および $E_i(\Delta\mathbf{M})$ を離散的に変化させ、次式の値を各 $\Delta\mathbf{M}_i$ について比較することにより、最も経済的となる $\Delta\mathbf{M}$ の値を決定することができる。

$$\bar{L}_i(\bar{\mathbf{A}}_i, \Delta\mathbf{M}_i) = \omega_{Ai}(M_i^0 + \Delta M_i) \bar{\mathbf{A}}_i(M_i^0 + \Delta M_i) \quad (6)$$

本研究では、 $\Delta\mathbf{M}$ の変化が設計空間に与える影響を考慮し、1回の $\Delta\mathbf{M}$ の改良において比較する $\Delta\mathbf{M}$ の範囲を $\Delta\mathbf{M}_i = +1, 0, -1$ の3種類のみに制限している。

上記の第2段階の最適化において、応力度の制約条件のみがアクティブな場合は、材種 $M_i^0 + \Delta M_i$ に対する $\bar{\mathbf{A}}_i^o(M_i^0 + \Delta M_i)$ は式(7)より、また、変位あるいは(および)固有振動数の制約条件がアクティブとなる場合には、 $E_i \bar{\mathbf{A}}_i$ の値を一定値に保つように材種 $M_i^0 + \Delta M_i$ に対する $\bar{\mathbf{A}}_i^{\delta, f}(M_i^0 + \Delta M_i)$ を式(8)により決定することができる。

$$\bar{\mathbf{A}}_i^o(M_i^0 + \Delta M_i) = \sigma_i(M_i^0) \mathbf{A}_i^* (M_i^0) / (\sigma_{ai}(M_i^0) - m_{ii}) \quad (7)$$

$$\bar{\mathbf{A}}_i^{\delta, f}(M_i^0 + \Delta M_i) = E_i(M_i^0) \mathbf{A}_i^* (M_i^0) / E_i(M_i^0 + \Delta M_i) \quad (8)$$

ところで、振動数の制約条件をも考慮した最適設計問題では、トラス構造物の振動モードおよび振動数は、 $\mathbf{A}$ および $\mathbf{S}$ の変化により初期値について計算した振動モードと異なる振動モードとなることがあり得る。このため、初期値により計算した振動数に対する感度係数が改良された $\mathbf{A}$ および $\mathbf{S}$ に対する新たな振動モードにおける振動数の制約条件を満足させるためには無効となる場合が生ずる。この理由により、第1段階の最適化により $\mathbf{A}, \mathbf{S}$ の改良値 $\mathbf{A}^*, \mathbf{S}^*$ を決定した後、再度振動解析を行い、 $\mathbf{A}^*, \mathbf{S}^*$ に対する正確な振動モードおよび振動数を計算し、振動数の制約条件がアクティブであるか否かを調べる必要がある。

上記の2段階最適化過程を繰り返すことにより最終的な最適解を決定することができる。

3. 設計例および考察

上で述べた最適設計法を種々のトラス構造物に適用し最適化を行ったが、ここでは、図1に示す15部材トラスの最適設計例について述べる。この設計問題における形状変数 $\mathbf{S}$ として各節点のセンターラインからの水平距離 $\mathbf{X} = [X_1, X_2, X_3, X_4]^T$ を考慮している。図1に示すごとく節点1および2には、一定の集中質量 m_n = 102.04kgが付加され、また節点1～6には、部材要素の断面積および部材長の変化とともに変化する集中質量 $m_1 - m_6$ が付加されている。設計例に用いた使用可能な5種類の材種の諸性質を表1に示す。

この設計問題では、応力度、たわみ、振動数に関する制約条件がすべてアクティブとなっている。図2において、部材の太さは最適な部材断面積の大きさを示し、また部材の番号は選択された材種を示している。図中の点線は改良過程において断面積が下限値の0.1cm²となり不必要となった部材を示している。

この設計問題においては、第1段階最適化過程における $\mathbf{A}$ および $\mathbf{S}$ の改良とともに振動モードが変化したため、第1段階最適化過程の後、振動解析を行い $\mathbf{A}$ および $\mathbf{S}$ の改良による正確な構造物の振動モードおよび振動数を計算し、振動数の制約条件のアクティブ性および感度係数の有効性を検討している。最適材種は13回の反復改良回数で決定され、その後 $\mathbf{A}$ および $\mathbf{S}$ の微少な改良がなされ、24回の反復改良回数により最適解を決定している。最適トラスの形状は2部材トラスの形状となっている。応力度の制約条件がアクティブとなる部材は材種3が選択され、応力度に余裕のある部材は最も安価な材種1を選択し、きわめて妥当な解が得られていることが明らかである。

その他種々の設計条件における計算例より、本研究で述べた方法によりトラス構造物の静的な挙動の制約条件のみならず固有振動数の制約条件をも取り扱い総合的な最適化を行うことができることが明らかとなった。

表1 使用材種群

Material number	σ_a (kgf/cm ²)	E (kgf/cm ²)	ρ_c (1/cm ³)	ρ_w (kgf/cm ³)	$\frac{\sigma_a}{\rho_c}$	$\frac{E}{\rho_c}$
1	1500	2.0×10 ⁶	2.50	0.00785	600	800 000
2	2000	2.0×10 ⁶	3.00	0.00785	667	666 667
3	2500	2.0×10 ⁶	3.50	0.00785	714	571 428
4	3000	2.0×10 ⁶	4.00	0.00785	750	500 000
5	3500	2.0×10 ⁶	4.50	0.00785	778	444 444

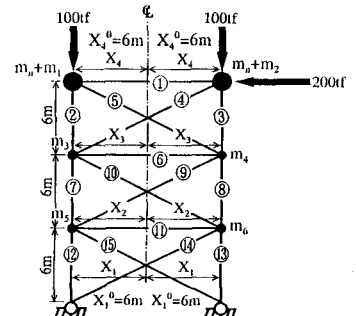
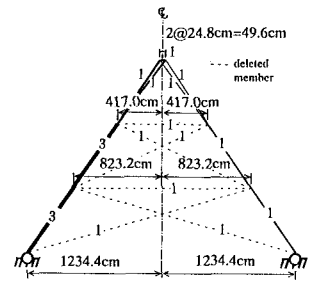


図1 初期15部材トラス



OPT(TTE.24)
TCOST=1.2075×10⁸
図2 最適解(5部材トラス)