Ｉ－389　条件付き確率有限要素法におけるＥＫ－ＷＬＩ法と最尤法の適用比較

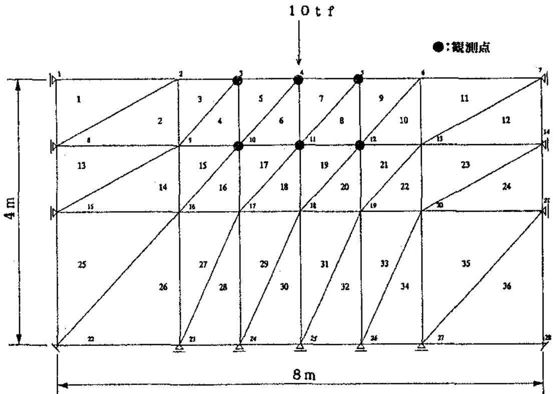
武蔵工業大学　学生員　岩田　克司
武蔵工業大学　正会員　星谷　勝

１.研究目的

条件付き確率有限要素法[1]では,事前の確率構造モデルを観測量を用いて更新する際に,更新後の確率構造モデルの誤差共分散を正確に評価しなくてはならない.ここでは,EK-WLI法[2]を用いた解析と最尤法[3]を用いた解析について比較検討を行う.

２.問題の設定

解析対象を図１に示す.事前の確率構造モデルは弾性係数が均一で平均値500tf/m^2,標準偏差500tf/m^2としている.また外力はモデルの上端に鉛直下方に確定値10tfの荷重を作用させ,ポアソン比は0.3の既知量とした.弾性係数1000tf/m^2の確定モデル（サンプル実現値）に対して観測量は地盤上部6点の鉛直変位とし,観測に伴う誤差として平均0,標準偏差10^{-4}のホワイトノイズを付加させたものを100組作成した.また,数値計算条件を表１に示す.



図－１　解析地盤モデル

表１　数値計算条件

a）ＥＫ－ＷＬＩ法

	データセット数	重み	ローカルな繰り返し	備考
CASE1	２０組	１００	５回	
CASE2	２０組	無し	５回	
CASE3	１００組	１００	繰り返し無し	
CASE4	１００組	無し	繰り返し無し	拡張カルマンフィルター
CASE5	１組	１００	１００回	
CASE6	１組	無し	１００回	

b）最尤法

	データセット数	目的関数の最小化手法	備考
CASE7	２０組	ガウスニュートン法	
CASE8	１００組	ガウスニュートン法	収束計算をしない

３.ＥＫ－ＷＬＩ法の意義と問題点

図２より誤差共分散に重みを付けたCASE1とCASE3は収束が速くなるが,収束後は推定値が変動してしまっている.つまり重みを付けることは,意図的に誤差共分散を大きくすることにより,推定値の収束を活性化させ,少ないデータセットで収束させることにある.しかし,図３を見ても明きらかなように,重みを付けた場合の誤差共分散は意味のないものになっている.

CASE1とCASE2は20組の観測量に対して5回づつローカルな繰り返しを行っている.またCASE3とCASE4はローカルな繰り返しをしないで100組のデータを処理している.つまりどのケースも繰り返しの回数は同じ100回である.図２でCASE1とCASE3,CASE2とCASE4を比較しても,繰り返しの回数によって収束の速さは変わらない.ただしCASE1とCASE2は処理しているデータセットが少ないことを考慮すると,ローカルな繰り返しの意義は,少ないデータセットで推定値が収束することと言える

CASE5,CASE6は1組のデータを何度も繰り返す計算を行った,これはノイズを含んだ値が何度も観測されたことに等しく,図４を見ると推定値もその観測量に合うように収束している.つまり,ローカルな繰り返しを行うことにより何度も同じ観測量で推定値を修正することは,その観測量が何度も観測されたことであり実際の現象とは違うモデルを推定している.また図３のCASE6の様に誤差共分散は小さくなっているが,ローカルな繰り返しを行っているので誤差共分散によって誤差を正しく評価していない.

CASE4は拡張カルマンフィルターによって100組のデータセットを処理したことに等しい,図２よりCASE4は収束が遅いことが分る,つまり拡張カルマンフィルターはデータセットが多くある場合には有効であるが,そうでない場合は収束しきれない可能性があることを示している.しかし推定値は観測方程式の線形近似による誤差はあるが,多数の観測量があれば誤差共分散は評価できる.

4.最尤法の意義と問題点

CASE7は20組の観測量を処理したものである.図6より最初の1組の観測量でほぼ収束していることが分かる.またガウスニュートン法の一組のデータに対する繰り返し計算は,観測方程式の線形近似による誤差を減少させるために行うものであり,その誤差を十分減少させてから事前の誤差共分散行列を修正するので,EK-WLI法と違って誤差が正確に評価できる.しかし,観測方程式が非線形なので推定したい確率場がガ゛ウス分布であっても,条件付き確率密度関数がガウス分布とならないので推定した量は最尤推定値であるが平均値とはなっていない.したがって,観測量を複数組処理することは最尤推定値を更新することになるので厳密には矛盾していることになる.一方拡張カルマンフィルターは,重みやローカルな繰り返しを行わなければ推定される量は近似的に意味のある平均値・誤差共分散といえる.

CASE8はガウスニュートン法で収束計算を行っていない場合である.図6,図7をを見るとCASE4と一致していることが分る.このことから,拡張カルマンフィルターは最尤法をガウスニュートン法で処理したときに収束計算を行わない推定値を計算していることに相当する[3].

(W=重み, LI=local iteration)

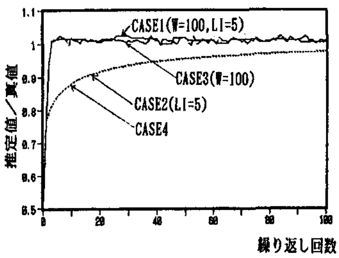


図2　EK-WLI法による収束過程

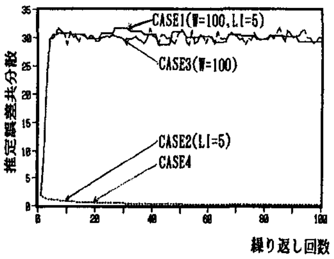


図3　EK-WLI法による推定誤差共分散

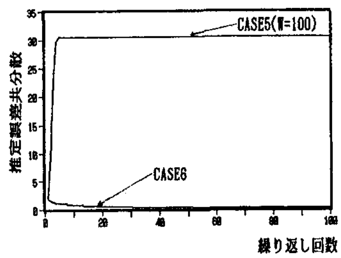


図4　1組の観測量をEK-WLI法で処理した場合の収束過程

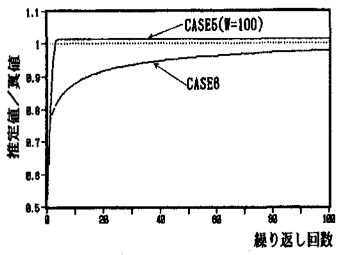


図5　1組の観測量をEK-WLI法で処理した場合の推定誤差共分散

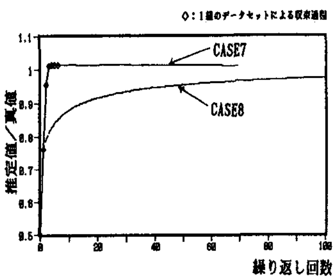


図6　最尤法による収束過程

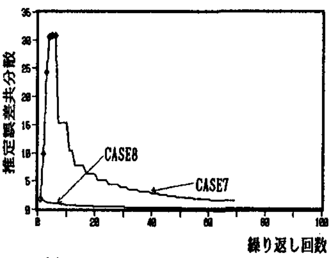


図7　最尤法による推定誤差共分散

5.結論

(1)EK－WLI法は少ない観測データセットで収束させることを目指しているが,実際の現象を正確に処理していないので,推定誤差共分散は意味のないものである.(2)拡張カルマンフィルターは収束が遅いが,平均値,推定誤差共分散は意味のあるものである.(3)最尤法は工学的には少ない観測データセットで安定した推定が行える.さらに,推定値の誤差は推定誤差共分散を用いて正確に評価できる.したっがて,条件付き確率有限要素法に最尤法を用いることは適切である.

<参考文献>

1)星谷勝:条件付確率場の同定,第43回応用力学連合会講演会,pp363-366,1994　2)須藤敦史,星谷勝:拡張ｶﾙﾏﾝﾌｨﾙﾀｰの基本的考察とEK-WLI法の提案,土木学会論文集,No.437/I-17,pp.203-211,1994　3)吉田郁政ら:確率論に基づく逆解析手法の基礎研究,土木学会論文集,No.483/I-26,pp61-68,1994.1