

川崎市役所 正会員 柴 次郎
 武蔵工業大学 正会員 星谷 勝
 武蔵工業大学 学生員 岩田克司

1. はじめに

事前情報に基づく最適解は観測情報を用いることにより更新される。しかしその推定結果が満足のいくものでなければ新たに観測を行い再度確率場の更新を行う。本研究は観測を複数回行った場合のガウス性確率場の更新理論の定式化を行う。また、本理論の有用性を数値計算例を用いて検証する。

2. 観測が複数回行われた場合の最適解

空間のガウス性確率場 Z に対して、平均値ベクトル $\bar{Z}$ 、共分散行列 P_0 が推定されているものとする。このとき観測過程 $Y = MZ + v$ を通して r 回観測が行われたとする。

$$Y = [Y_1, Y_2, \dots, Y_k, \dots, Y_r]^T, \quad v = [v_1, v_2, \dots, v_k, \dots, v_r]^T \quad (1)$$

ここに、 v_k ($k=1 \sim r$) は k 回目の観測データセット Y_k に伴う誤差(ベクトル)で、平均値が0のガウス性ホワイトノイズで共分散行列は R_k である。このとき、不偏性・有効性を満足する解を最適解と考えると、最適推定値 $\hat{Z}_k$ と誤差共分散行列 P_k は次式となる。

$$\hat{Z}_k = \hat{Z}_{k-1} + \alpha_k (Y_k - M \hat{Z}_{k-1}) \quad (2)$$

$$P_k = P_{k-1} - \alpha_k M P_{k-1} \quad (3)$$

$$\alpha_k = P_{k-1} M^T (M P_{k-1} M^T + R_k)^{-1} \quad (4)$$

ここに、 $k=1 \sim r$ 、 $Z_0 = \bar{Z}$ である。そして、 $b^T P_{k-1} b \geq b^T P_k b$ という性質をもつ。つまり、観測による事後情報を用いることによって、事前情報の不確定性は減少する。ところで $\hat{Z}_k$ と P_k はそれぞれ条件付平均値と条件付共分散となるので条件付確率場 $Z | Y$ を作成したことになる。また、(2)~(4)式は状態方程式が定常な場合の離散空間カルマンフィルターのアルゴリズムと一致する¹⁾。

3. 数値解析例

1次元の均一な1変量ガウス性確率場 $Z(x)$ 、 $0 \leq x \leq 30$ において、事前情報として、全ての地点で平均値ベクトル $\bar{Z} = 0$ 、標準偏差 $\sigma_0 = 1.0$ 、また自己相関係数行列は $\rho_0 = \exp\{-|x_i - x_j|/XL\}$ 、 $XL = 3.0$ と推定されている。よって、共分散行列は $P_0 = \sigma_0 \sigma_0 \rho_0$ より求めることができる。また、この事前情報に基づく最適推定値および誤差共分散行列は事前情報と等しくなる。

次に事後情報として、観測値 Y を等間隔に3点で観測を行った。ただし、ここでは真値および観測誤差をそれぞれの確率特性を満足するようにモンテカルロ法を用いて1サンプルセット抽出した。

図-1は観測誤差がない場合である。観測情報が100%信頼できるために観測値と真値が等しくなり、シンプル・クリッキングの解と一致する。特に観測点においては事後の最適推定値が観測値と一致し、誤差標準偏差が0となっていて、不確定性は完全になくなっている。

図-2は全ての観測過程で観測誤差の標準偏差 σ_v を1.0とした場合である。観測値に誤差が含まれているので、観測値は真値と一致しない。またここで注意すべきことは、観測点における最適解はノイズの影響を除去した値ではなく、ノイズの影響も含んだ上での最適解となっているということである。

図-3は前題において、観測点での不確定性を更に減少させる為に同一の観測点で更に3回、合計で4回観測を行った場合で、観測誤差の標準偏差 σ_v はいずれも1.0とした。観測を繰り返すにつれて、観測誤差が打ち消され、最適推定値が真値に近づいていき、誤差標準偏差も段々と小さくなり、不確定性が小さくなってきていることが判る。これはノイズを除去する過程となっていて、図-1(つまりシンプル・クリッキングの解)に近づいていることになる。また、この結果から、誤差を含んでいない観測データセットに

よる最適解は、誤差を含んだ多数のデータセットによる最適解より更新幅が大きくなる事が判る。

図-4は図-3の例題に対して、同一の観測データセットを4回用いて計算を行った場合である。最適推定値が観測値に近づいてしまっていて、本理論において意味のない計算を行ったことになる。

図-5は観測誤差がない場合、この同じ観測データセットを4回繰返し、計算を行った場合である。これを見ると2回目以降は全く更新されていないことが判る。この理由は、最適解が条件付平均値および条件付共分散と一致する為に同じ条件を入れても同じ推定結果となるからである。

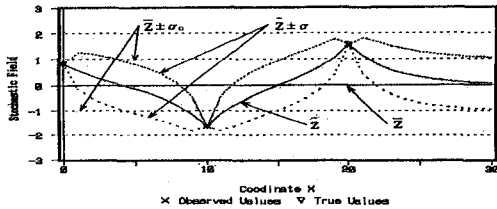


図-1 観測値に誤差がない場合の確率場の更新過程

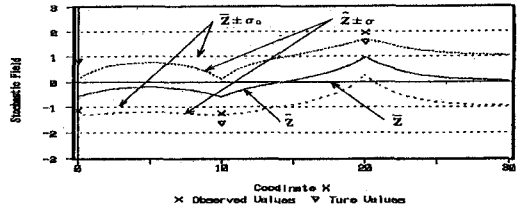


図-2 観測値に誤差を含んでいる場合の確率場の更新過程

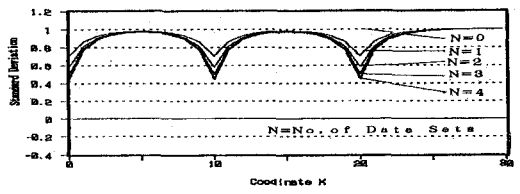
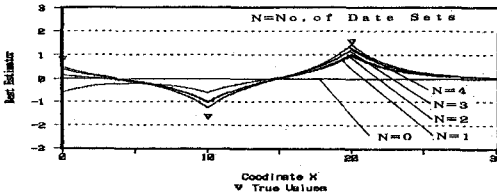


図-3 複数回観測を行った場合の最適推定値と(左)と誤差標準偏差(右)の更新過程

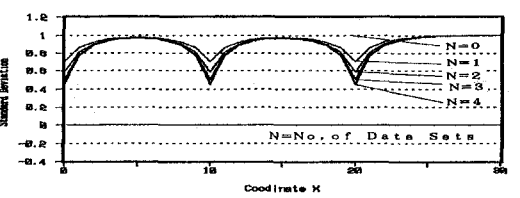
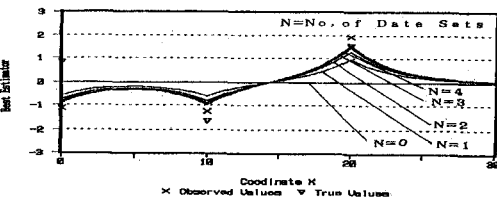


図-4 同一の観測値を複数回用いた場合の最適推定値(左)と誤差標準偏差(右)の変化

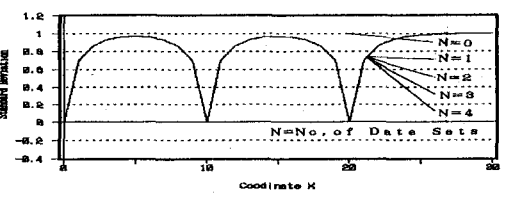
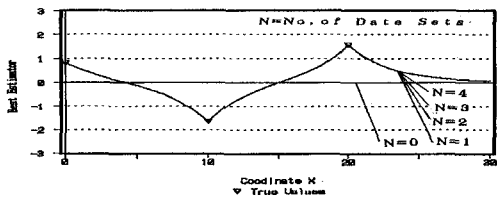


図-5 観測誤差がない場合に複数回観測値を用いた場合の更新過程

4. 結論

- (1) 観測が複数回行われた場合の観測データセットの最適化手法を定式化するとともに、理論の正当性を数値解析により検証を行った。
- (2) 同じ地点で複数回観測を行う場合はノイズを除去する過程となる(ノイズを除去しているにすぎない)ことを示した。
- (3) 観測誤差のないデータは観測誤差を含んだ多数のデータを処理するより更新幅が大きいくことを示した。
- (4) 本論の最適解はガウス分布に従う条件付確率場となっていることを数値計算を用いて検証した。

参考文献

- 1) 片山徹：応用カルマンフィルタ，朝倉書店，pp.19～22，1983。