I - 337　変位制御法を用いたケーブルの大変形解析

熊本大学　正　員　○佐藤 啓治
同上　正　員　三池 亮次
同上　正　員　小林 一郎
同上　大坪 学博

1．はじめに

不安定折線ケーブル構造に任意の荷重が作用するときの、釣り合い形状を求める問題は、これまで多くの研究者によって解析が進められてきた。近年、ケーブル構造の全ポテンシャルエネルギーを最小にする解析法が行われており、筆者らもマトリックス変位法による大変形解析の基礎式の誤差に関して最小二乗法を適用し、簡単なケーブル大変形構造解析を試みた。

ここでは、接続マトリックスを用いた大変形構造解析の基礎式に、通常の変位制御法を適用するのであるが、折線ケーブルは不安定構造であるので、節点のいくつかを拘束（零制御変位）および非零制御変位として、残りの節点が静定構造となるようにする。この零および非零制御点を順に移動させ、任意外力を受ける折線ケーブルの釣り合い形態を探索する解析を提案する。

2．有限変位解析の基礎式

筆者らは、さきに接続マトリックスを用いた大変形解析の基礎式

$$\Delta\mathbf{P} = \mathbf{K}\Delta\mathbf{d} + \mathbf{b} \tag{1}$$

を誘導した。ここに、$\Delta\mathbf{P}$ は変形の中間状態からの増分荷重、$\mathbf{K}$ は増分後の剛性マトリックス、$\Delta\mathbf{d}$ は増分変位、$\mathbf{b}$ は有限変位に関する補正項であり、

$$\begin{aligned}\mathbf{K} &= (\mathbf{C}' + \Delta\mathbf{C})\mathbf{K}_m(\mathbf{C}' + \Delta\mathbf{C})^T \\ \mathbf{b} &= \Delta\mathbf{C}\mathbf{P}'_m - (\mathbf{C}' + \Delta\mathbf{C})\mathbf{K}_m\Delta\mathbf{e}_{m\theta}\end{aligned} \tag{2}$$

ここに、$\mathbf{C}'$は中間状態における接続マトリックス、$\mathbf{K}_m$ は、トラスの場合バネ定数$k = EA_I/L_I$を要素とする対角マトリックス、Eはヤング率、Aは部材断面積、Lは部材長で、添字Iは第I番目を意味する。$\mathbf{P}'_m$は中間状態の部材断面力で、トラスの場合は軸力Nによって構成されるベクトルで、$\Delta\mathbf{e}_{m\theta}$は大変形ひずみの補正項である。

(1) 式を増分変位$\Delta\mathbf{d} = \{\Delta d_i\}$で微分すると、$\Delta\mathbf{d} = \mathbf{0}$における$\Delta\mathbf{P}$の微分

$$\begin{aligned}\delta\Delta\mathbf{P} &= (\mathbf{K}_E + \mathbf{K}_G)\delta\Delta\mathbf{d} \\ &\equiv \mathbf{K}_T\delta\Delta\mathbf{d}\end{aligned} \tag{3}$$

が得られる。ここに、$\mathbf{K}_E$は弾性剛性マトリックス、$\mathbf{K}_G$は幾何剛性マトリックスで、次式

$$\begin{aligned}\mathbf{K}_E &= \mathbf{C}'\mathbf{K}_\mathbf{m}\mathbf{C}'^T \\ \mathbf{K}_G &= \frac{\partial(\mathbf{C}' + \Delta\mathbf{C})}{\Delta\mathbf{d}}\overline{\mathbf{P}'_m} \\ &\equiv \left[\frac{\partial(\mathbf{C}' + \Delta\mathbf{C})}{\partial\Delta d_1}\mathbf{P}'_m, \frac{\partial(\mathbf{C}' + \Delta\mathbf{C})}{\partial\Delta d_2}\mathbf{P}'_m, \cdots\right]\end{aligned} \tag{4}$$

また、$\overline{\mathbf{P}'_m}^T = [\mathbf{P}'^T_m, \mathbf{P}'^T_m, \cdots]$で、添字ーは同じベクトルを列方向に配列するベクトルと定義する。任意の2次元及び3次元トラスの$\mathbf{K}_G$が中間状態における部材の方向余弦$\boldsymbol{\ell}'$を用いて簡潔に与えられることについては既に発表のとおりである

３．折線ケーブル構造の大変形解析

一般に、自由節点数が n 個の平面ケーブルでは、部材数は $n+1$ 、総節点自由度は $2n$ であるから、不静定次数は

$$2n-(n+1)=n-1 \tag{5}$$

すなわち $n-1$ である。図－１の２節点折線ケーブルであれば、部材数が３で総自由度数が４であるから不安定次数は１である。したがって、たとえば節点３の鉛直方向変位を制御変位として与えるだけでこの構造は静定となり、大変形構造解析は可能となる。（ただし、隣接する２部材が直線上に並ぶとき、剛性マトリックスは特異となり解析は不能となる。）この制御変位方向の与えられた外力になるような、制御変位の微調整を行うには、数値解析上の工夫が必要である。この図－１のようなケーブル構造を基本ケーブル構造ということにする。

そこで、図－２のような５部材ケーブルの各節点に外力が作用したときのケーブルの形状を考える。最初に４節点と５節点を零制御変位節点、３節点の鉛直方向を非零制御変位とすることにより、図－１のような３部材の基本ケーブル構造解析の問題として解くことができるようになる（変位を拘束した４節点には反力が生じている）。次に、零制御変位節点を２節点と５節点に移動し、基本ケーブル構造解析の問題として解いていく（４節点の増分外力は、外力から反力を差し引いたものとする）。以下順次この零制御変位節点と非零制御変位節点を移動し、基本ケーブル構造の解析を繰り返すことによりやがて零制御節点反力は零に収束し、ケーブルの釣り合い形状が得られる。

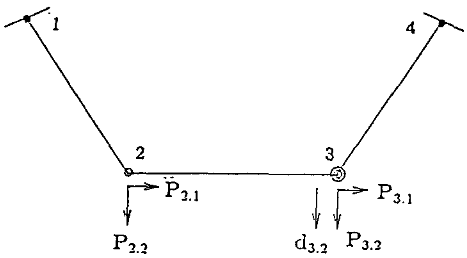


図１　基本ケーブル構造

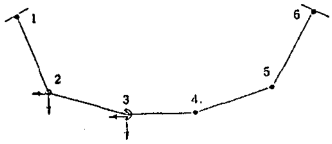
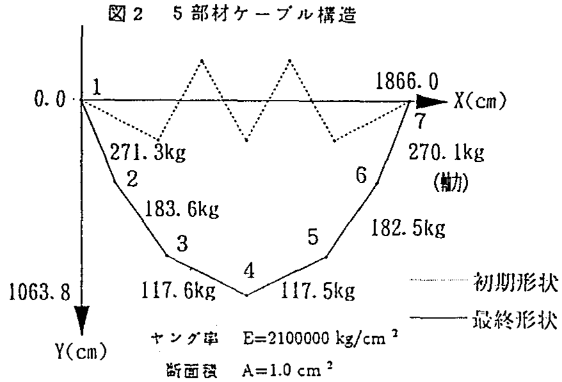


図２　５部材ケーブル構造



図－３　６部材ジグザグ形ケーブルの形状及び軸力

４．適用例

図－３は、６部材の初期形状がジグザグ形の折線ケーブル（点線部）の一例で、上記のような手法で、順次零制御変位節点と非零制御変位節点を移動し、基本ケーブル構造の解析を繰り返すことによりケーブルの釣り合い形状（実線部）を求めていった。

この６部材ジグザグ形ケーブルにおいては、最大 1000cm 以上の変位があるにも関わらず 14 回の移動と 68 秒の時間で、釣り合い形状を得ることができた。

詳細については、講演発表時に報告する。

参考文献

1). Livseley; Matrix Method of Structual Analysis
2). R.Miike,I.Kobayashi,et.al.; Virtual Large Displacement Theorem,ASCE.
3). 佐藤啓治、三池亮次、小林一郎、山本清孝; 接続マトリックスを用いたトラスの座屈汎用式、土木学会講演会