

接線剛性法における要素力式の設定と収束解の精度

佐賀大学 正員○古賀勝喜 正員 後藤茂夫
正員 荒牧軍治 正員 帯屋洋之

1. まえがき

骨組構造物の大変形解析の理論は数多く提案されているが、その多くは理論展開が複雑でかなり高度の数学的専門知識が必要となっている。しかし、実用的な幾何学的非線形解析で重要な事は用いる理論が単純明解であること、これは、大変形理論での経験が浅い技術者はもちろん、初学者にとっても微小変位理論の延長として理解できるものである事が望ましい。また、解析を行おうと試みるものは誰でも容易に利用できる必要がある。一般に釣合形状が複数存在する極端な大変形時への対応についてはかなりの知識と熟練を要するものが多いがこれは利用者にとっては好ましいものではない。少なくとも構造力学を学ぶ者が実験的感覚で独力で利用できるものがよい。三つ目は理論仮定の範囲内での適用に制限が無い事が必要である。構造物を構成する要素の挙動は要素力式に従うが、剛体変位は無限であり、極端な大変形時の解も必要にして十分な精度が保証されていることである。四つ目には理論のプログラム化が容易であることである。コンピューターの世の中であるからプログラム化のできにくいものは好ましくない。入力条件から解析結果を得るまでの必要な式の流れが容易に理解できること。また、収束を速めるための特別な処理などの必要が無い理論であることなどが考えられる。

著者等の一人が考え、開発した接線剛性法は以上のような幾何学的非線形解析法に必要な条件をほぼ満足している優れた理論である。今回はその中でも要素力式の設定による収束解の精度を検討してみたのでここに報告する。

2. 要素力式の設定

平面曲げ軸力部材の要素剛性方程式は図-1に示すような部材力、部材変形から次の3通りを示す。まづ、部材の軸線長の変化を無視した微小変形理論に従うものとすれば式-

(1) のように表される。

$$\begin{Bmatrix} \delta N \\ \delta M_1 \\ \delta M_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} F_0 & 0 & 0 \\ 0 & 4k & 2k \\ 0 & 2k & 4k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta l \\ \delta \theta_1 \\ \delta \theta_2 \end{Bmatrix} \quad \cdots (1)$$

次に、はり・柱の式において部材の曲げ変形による弦長変化を無視した場合の式は、式-(2)となる。

$$\begin{Bmatrix} \delta N \\ \delta M_1 \\ \delta M_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} F_0 & 0 & 0 \\ 0 & ak & bk \\ 0 & bk & ak \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta l \\ \delta \theta_1 \\ \delta \theta_2 \end{Bmatrix} \quad \cdots (2)$$

ここに、 a 、 b は軸方向力の正負により双曲線関数または三角関数によって表される係数である。

三つ目は部材の曲げ変形による弦長の変化を考慮したときの式である。

$$\begin{Bmatrix} \delta N \\ \delta M_1 \\ \delta M_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} F & Fu_1 & Fu_2 \\ Fu_1 & Fu_1^2 + ak & Fu_1u_2 + bk \\ Fu_2 & Fu_2u_1 + bk & Fu_2^2 + ak \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta l \\ \delta \theta_1 \\ \delta \theta_2 \end{Bmatrix} \quad \cdots (3)$$

各式に共通な各変数は以下の通りである。

δN , δM_1 , δM_2 : 増分軸力, 1点の増分モーメント, 2点の増分モーメント
 δl , $\delta \theta_1$, $\delta \theta_2$: 弦長変化量, 1点の増分たわみ角, 2点の増分たわみ角

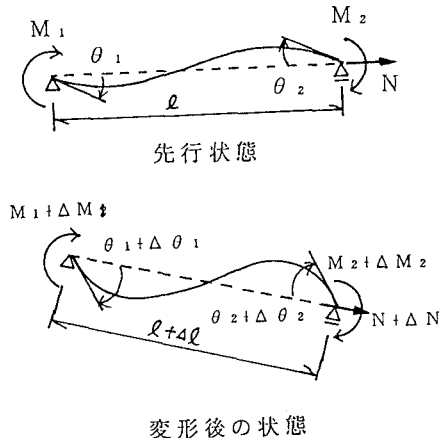


図-1 部材力と部材変形

$$F_0 = EA / l_0, \quad k = EI / l_0, \quad F = F_0 / (1 + F_0 W) \\ W = -0.5 \theta^T (\partial^2 \mathbf{a} / \partial N^2) \theta, \quad \mathbf{u} = [u_1, u_2]^T = (\partial \mathbf{a} / \partial N) \theta \quad \text{である.}$$

変位から厳密な適合条件を用いて得られた要素変形より, 断面力および不平衡力を求めるための要素力式は軸方向力式として (1), (2), (3) 式より,

$$(1), (2) \text{ 式に対し, } N = F_0 \cdot \Delta l \quad \dots (4)$$

$$(3) \text{ 式に対し, } N = F_0 (\Delta l + 0.5 l_0 \cdot p (\theta_1^2 + \theta_2^2) - p' \theta_1 \theta_2) \quad \dots (5)$$

を用いる.

端モーメント式は, 式-(1)に対しては式-(6)を, 式-(2), (3)に対しては式-(7)

$$\begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \end{bmatrix} = k \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} \quad \dots (6), \quad \begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \end{bmatrix} = k \begin{bmatrix} a & b \\ b & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} = \mathbf{a} \theta \quad \dots (7)$$

を用いる. 本研究では, 式(2), (3)に対して検討を行った.

3. 計算例による収束性と解の精度の比較

計算のモデルとして一端固定, 他端単純支持を持つ長さ10mのはりを考える. 節点数13, 要素数12とし, 単純支持端に外力としてモーメント荷重として, 800π を荷重分割は行わず, 初期状態に1ステップで全荷重を載荷させる. 用いた曲げ剛性と伸び剛性はそれぞれ $2.0 \times 10^3 \text{ tf-m}^2$, $1.0 \times 10^5 \text{ tf}$ である. 解析は2種類について行った. ケース1は要素力式として式(2)を, ケース2は式(3)を用いる.

図-2にケース2における解析結果を示す. (a)は収束までの形状変化を示している. 与えた外力モーメントは理論値としては2重円となる. 図-2(b)に示すように計算結果は理論値と一致している事が分かる. 計算における収束までの最大不平衡力と最大不平衡トルクの推移を示したものが図-3である. このように計算の途中で大きな不平衡力が生じてても, 収束解が得られる事がこの図からも理解できる.

4. まとめ

用いた要素力式の相違による解の収束を検討したが得られた結果としては, まづ収束誤差に関しては両方ともに十分なものとなった. はりが真円となるようなモーメントを作用させた場合は単純支持端の変位はいずれも厳密値と一致するが曲げ変形による弦長変化を考慮すると円の半径が指定収束精度の範囲で理論値に一致するのに対し, 弦長変化を考慮しない場合は収束半径と理論半径の比がはりの分割節点間の弧長と弦長比に正確に一致することが分かった.

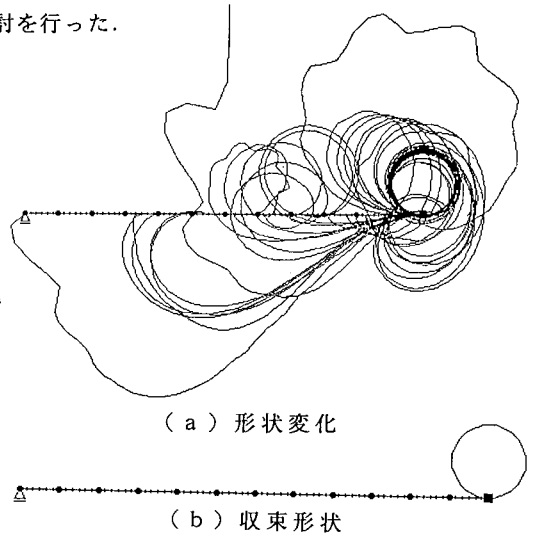


図-2 解析結果

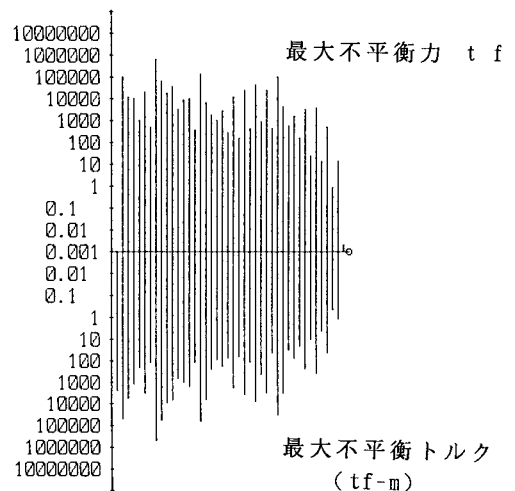


図-3 収束までの不平衡力の推移

参考文献

- 1) 後藤, 羽根, 田中: 接線剛性法による骨組構造物の大変形解析, 土木学会論文集, No. 238, PP. 31-42