

I-335

ケーブルの弛緩/緊張状態と振動特性

法政大学 学生員 増田 進一
 ○法政大学 学生員 中野 智文
 法政大学 正会員 阿井 正博

1.はじめに.- 弾性カテナリーとしてのつり合い形状の自重ポテンシャルとひずみエネルギーを評価することにより、ケーブルの張力をサグ張力とひずみ張力に分解することができ、その比が弛緩/緊張状態の指標となりうることを先に報告している。¹⁾ここでは、その場合の張力値として採用すべき弦張力について考察し、さらに振動特性との関連について若干の数値計算を行っている。

2.サグ張力を評価するための弦張力.- Fig.1 に示す傾角 τ の斜面上にローラー支持されたケーブルに斜面張力 S を与えたときの形状(弾性カテナリー)は、不適合量 h^* が零となる反力 N を繰返し計算により求めて定まるが、そのときのひずみエネルギー $U(S)$ と自重ポテンシャル(位置エネルギー) $\Phi_w(S)$ は

$$U(S) = \int_0^l \frac{T^2}{2EA} ds = \dots = \frac{1}{2EA} \left\{ T_{0x}^2 l + \frac{1}{3w} (T_{0y}^3 - T_{0y}^3) \right\}$$

$$-\Phi_w(S) = \int_0^l wy(s) ds = \dots = \frac{w}{EA} \left\{ \frac{T_{0y} l^2}{2} - \frac{wl^3}{6} \right\} + T_0 l + \frac{T_{0x}^2}{2w} \left\{ \frac{T_{ly} T_l}{T_{lx}^2} - \frac{T_{0y} T_0}{T_{0x}^2} + \frac{1}{2} \log \left(\frac{T_l + T_{ly}}{T_l - T_{ly}} \cdot \frac{T_0 - T_{0y}}{T_0 + T_{0y}} \right) \right\} \quad (1. a, b)$$

と表される。ここに、 l , EA , w はケーブルの自然長さ、伸び剛性、単位長さ重量であり、 $\{T_{0x}, T_{0y}\}$, $\{T_{lx}, T_{ly}\}$ はそれぞれ始端、終端での張力成分 T_0, T_l はその絶対値を表す。これらのエネルギー量と斜面張力 S がする仕事 $\Phi_s(S)$ には

$$\Phi_s(S) = U(S) + \Phi_w(S) + const. \quad (2)$$

のエネルギー関係があり、これを S の変位量 l^* (スパン長) で微分することにより、斜面張力を

$$S \left(= \frac{d\Phi_s}{dl^*} \right) = S_U(S) + S_W(S)$$

$$\text{ひずみ張力: } S_U = \frac{dU(S)}{dl^*} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{U(S+\Delta S) - U(S)}{l^*(S+\Delta S) - l^*(S)} + \frac{U(S) - U(S-\Delta S)}{l^*(S) - l^*(S-\Delta S)} \right\}$$

$$\text{たわみ張力: } S_W = \frac{d\Phi_w}{dl^*} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\Phi_w(S+\Delta S) - \Phi_w(S)}{l^*(S+\Delta S) - l^*(S)} + \frac{\Phi_w(S) - \Phi_w(S-\Delta S)}{l^*(S) - l^*(S-\Delta S)} \right\} \quad (3. a-c)$$

と分解することができる。

弛緩状態とは、 S_U に比較して S_W が大きい状態であり、 S の増加につれて S_W の明確な最大値が生じ、その後、 S_U が支配的となる緊張状態となる。このとき、 S_W の最大値が生じる S の値(限界値)は、傾角 τ の正負により異なる: Fig.2 と 3 は、 $l = 50. \text{ m}$, $w = 0.0144 \text{ tonf/m}$, $EA = 28,016. \text{ tonf}$ の構造用スパイラル・ケーブルの $\tau = \pm 30^\circ$ での計算結果であるが、 $\tau = +30^\circ$ では限界値 $S = 10.38wl$ で S_W の最大値 $6.86wl$ が生じるのに対して、 $\tau = -30^\circ$ では $S = 10.88wl$ で最大値 $7.36wl$ が生じる。

ケーブルの緊張状態を測る量としては τ の正負に関わらない張力値が望ましい。ケーブルの両端張力を、Fig.1 のローラー支持とは無関係に、Fig.4 に示すように鉛直成分と弦方向成分: $\{V_0, T^*\}$, $\{V_l, T^*\}$ に分解すれば、弦張力 $T^* (= S + N \tan \tau)$ は両端で共通であり、したがって τ の正負に対して同じ値をもつ。そこで、Fig.1 の支持条件での $\{S, N\}$ の分解のもとで得られた斜面張力 S の限界値を、弦張力 T^* に変換すると $\tau = \pm 30^\circ$ (Fig.2, 3) の両方で同じ値 $T^* = 10.62wl$ が得られ、他の正負の場合でも同値になることが数値計算の上で確かめられた。この手順で得られる限界の T^* を、種々の傾角 τ と無次元量 EA/wl に対して求めたものを Fig.4 に示す。

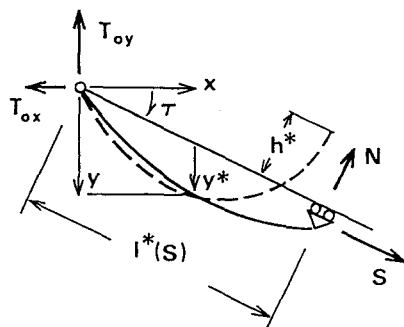


Fig.1 Elastic Cable Spanned on a Slope

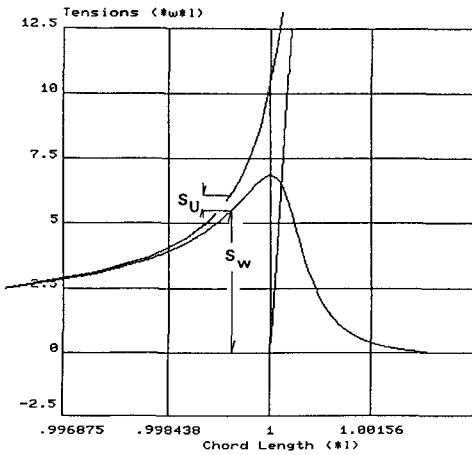


Fig.2 Sag Force and Strain Force for $\tau = 30^\circ$

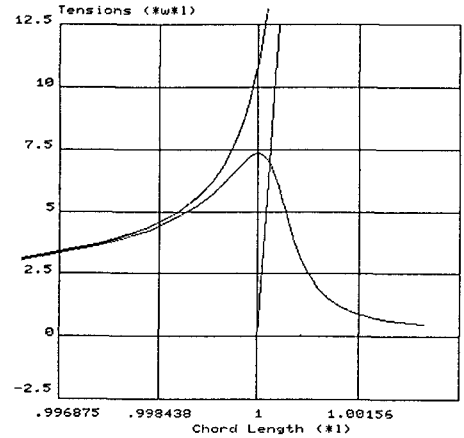


Fig.3 Sag Force and Strain Force for $\tau = -30^\circ$

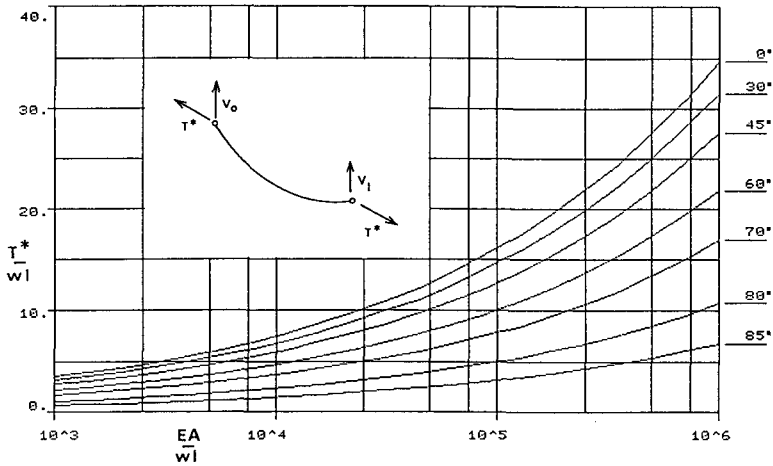


Fig.4 Critical Chord Force

3. 振動特性との関係。— たわみのないときの弦理論による対称1次振動モードに相当する振動が、弛緩したケーブルでは得られにくいことはよく知られており^{e, s, 2)}、前述の限界張力値と振動モードの変化について考える。 $l = 40. \text{ m}$, $w = 0.00403 \text{ tonf/m}$, $EA = 7,856. \text{ tonf}$ の傾角のない水平ケーブルを8分割直線要素として振動モードを求めた。限界張力値は $T^* = 2.055 \text{ tonf}$ であり、その両側の $T^* = 1.5$ と 2.5 tonf での1次振動モードは Fig.5, 6 のように得られ、両者の中央点のサグは余り変わらないが、弛緩と緊張側で逆対称と対称の1次モードとなっている。

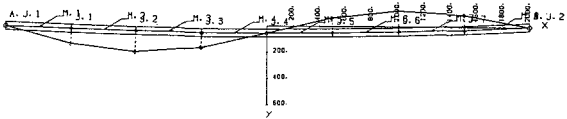


Fig.5 The First Mode for $T^* = 1.5 \text{ tonf}$ (N.C.Frq = 9.24)

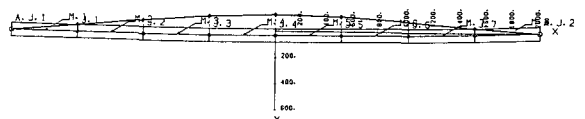


Fig.6 The First Mode for $T^* = 2.5 \text{ tonf}$ (N.C.Frq = 8.69)

<参考文献>

- 1) 中野・増田・阿井, "ケーブルの緊張と弛緩に関する一考察," 土木学会第48回年次学術講演概要集, 1993年9月.
- 2) 新家・広中・頭井・西村, "振動法によるケーブル張力の实用算定式について," 土木学会論文報告集, No.294, 1980年2月.