

I - 333

繰り返し軸力を受ける部材の弾塑性有限変位解析

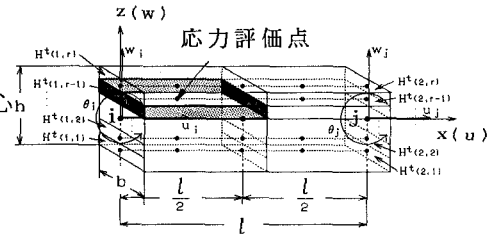
電力中央研究所 正員 ○ 石川 智巳
早大理工土木 正員 依田 照彦

1. はじめに

材料非線形と幾何学的非線形を考慮したいわゆる弾塑性有限変位問題、特に繰り返し荷重を経験する複雑な構造物の数値解析においては、ひずみ履歴の影響を考慮するために、塑性領域の成長縮退過程をすべて記憶させつつ、十分小さな増分計算をおこなう必要がある¹⁾。また、追跡径路が長いと、数値解析上の誤差、あるいは残留不釣り合い力による誤差が蓄積し、さらには多大な計算時間を要することになる。この様な観点から、精度が良く、効率的な数値解析手法の開発が求められている。そこで本論文では、増分過程に弧長増分法を用い、反復過程に不平衡変位最小法²⁾を適用して、解析精度の向上、計算の効率化を考慮した繰り返し荷重にも適用できる弾塑性有限変位解析プログラムの開発を試みた。構造部材の履歴特性を十分な精度で再現するために、構成式に2曲面モデル³⁾を適用し、それによる解析アルゴリズムを詳細に示している。

2. 微小変位剛性マトリックス、初期応力マトリックス、内力ベクトルの誘導

図1のようなはり要素を仮定し、第(n+1)形状の微小剛性マトリックス、初期応力マトリックス、内力ベクトルを求めるものとする。これらの誘導の際、はり要素に対して断面方向にr分割、軸方向に2分割した細要素の中心h(応力評価点)での初期応力 $\sigma_0^{(n+1)}$ 、接線係数 $H^t_{(n+1)}$ を用いた。



3. 負荷・除荷の判定(2曲面モデル)⁴⁾

第(n)形状の応力 $\sigma^{(n)}$ が既知であるとして、ひずみ増分により第(n+1)形状の応力 $\sigma^{(n+1)}$ および接線係数 $H^t_{(n+1)}$ を求めるものとする。

外力増分により変位増分が得られたとき、ひずみ増分 $d\epsilon^{(n+1)}$ とひずみ増分に対して、線形弾性を仮定して得られる応力増分 $d\sigma^e_{(n+1)}$ を計算する。さらに増分前の応力 $\sigma^{(n)}$ との和として、線形弾性を仮定したときの応力 $\sigma^e_{(n+1)}$ が計算できる。次に増分前の応力 $\sigma^{(n)}$ において、その要素がすでに降伏しているかどうかを判定する。これは(n)形状にいたる増分終了時における降伏応力からチェックでき、この時の降伏応力は次式で与えられる。

降伏応力

$$\sigma_Y^{(n)} = \sigma_Y^{(n-1)} + H^p_{(n-1)} d\epsilon^p_{(n)} \quad (1)$$

ただし、初期降伏を受けるとき

上降伏応力(引張り側)

$$\sigma_Y^{(n)} = \sigma_Y \quad (2)$$

下降伏応力(圧縮側)

$$\sigma_Y^{(n)} = -\sigma_Y \quad (3)$$

ここに、 σ_Y 、 $\sigma_Y^{(n)}$ は初期降伏応力、第(n)形状での降伏応力、また $H^p_{(n-1)}$ は第(n-1)形状でのひずみ硬化率である。以下、上降伏の場合のみを示す。図2はこの時の負荷・除荷の判定条件である。下降伏については上降伏の場合と不等号を逆にして同様におこなっている。

① 補正比Rを計算する。Rは次式で与えられる。

$$R = \frac{\sigma^e_{(n+1)} - \sigma_Y^{(n)}}{\sigma^e_{(n+1)} - \sigma^{(n)}} \quad (4)$$

また、ひずみ硬化率 $H^p_{(n)}$ は次式により決定される。

図1：弾塑性解析に用いられるはり要素

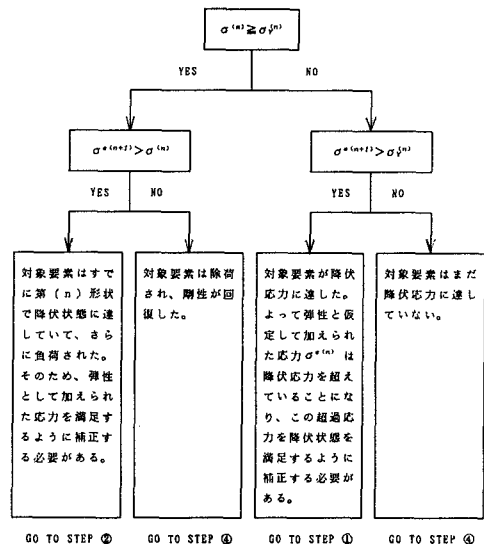


図2：負荷・除荷判定のフローチャート

$$H^p(n) = H_0 + h \frac{\delta_{in}}{\alpha \delta_{in} - \delta_{in}} \quad (5)$$

ここに、 H_0 は境界線の勾配、 h は応力ひずみ曲線の曲率を決定する正のスカラー、 δ_{in} は各サイクルの初期荷重点と境界点(共役応力点)との距離を表し、次式で与えられる。

$$\delta_{in} = (\sigma_{BY} + H_0 \epsilon^p(n)) - \sigma_Y^n \quad (6)$$

ここに、 σ_{BY} は初期降伏ひずみに対する境界線の共役応力である。また α は分母0を避けるための係数である。③により第(n+1)形状の応力と接線係数が決定される。

② 補正比 $R=1$ として、③により第(n+1)形状の応力と接線係数が決定される。

③ 第(n+1)形状における応力を次式により決定する。

$$\sigma^{(n+1)} = \sigma^{(n)} + (1-R) d\sigma^e(n+1) + R \frac{EH^p(n)}{E+H^p(n)} d\epsilon^{(n+1)} \quad (7)$$

次式により塑性ひずみ増分を決定し、第(n+1)形状の全塑性ひずみを求める。

$$d\epsilon^p(n+1) = R \frac{E}{E+H^p(n)} d\epsilon^{(n+1)} \quad (8)$$

第(n+1)形状におけるひずみ硬化率を求める。これは接線剛性マトリックス計算および第(n+2)形状においてさらに荷重されたときに使用する。荷重状態にあるため、ひずみ硬化率は、次式で表される。

$$H^p(n+1) = H_0 + h \frac{\delta^{(n+1)}}{\delta_{in} - \delta^{(n+1)}} \quad (9)$$

ここで $\delta^{(n+1)}$ は、

$$\delta^{(n+1)} = (\sigma_{BY} + H_0 \epsilon^p(n+1)) - (\sigma_Y^n + H^p(n) d\epsilon^p(n+1)) \quad (10)$$

さらに次式により接線係数 $H^t(n+1)$ が計算される。

$$H^t(n+1) = \frac{EH^p(n+1)}{E+H^p(n+1)} \quad (11)$$

④ 第(n+1)形状の応力増分は次式で表される。また接線係数は弾性定数 E に一致する。

$$\sigma^{(n+1)} = \sigma^{(n)} + d\sigma^e(n+1) = \sigma^e(n+1) \quad (12)$$

$$H^t(n+1) = E \quad (13)$$

以上に述べた判定法は、増分過程のみに用い、反復過程においては、荷重のみを許す非線形弾性を仮定して数値計算をおこなう。

4. 数値解析例

3.で示したアルゴリズムを用いて、若林らがおこなったSS400の繰返し載荷実験⁵⁾をシミュレートした。構成式には、降伏応力2330 kgf/cm²、パラメータ $h=1.05 \times 10^5$ kgf/cm²、境界線の勾配 $E_0/E=1.45 \times 10^{-2}$ 、境界線の切片 $\sigma_{BY}/\sigma_Y=1.07$ 、降伏棚0.8%、 $\alpha=1.05$ を用い、パラメータ h と境界線は全サイクル固定とした。解析に際し、軸方向に10分割、 $r=10$ とし、数値解析手法としては、増分過程に弧長増分法を用い、反復過程に不平衡変位最小法を用いて計算した。

図3は、上記のもとに計算した荷重変位曲線である。要素分割数が少なく、また実際の構成式が明確でないにも関わらず、2サイクル目以降の圧縮側の耐荷力の低下、引張側の凹化など定性的な曲線が描かれており、本解析手法の妥当性が確かめられる。

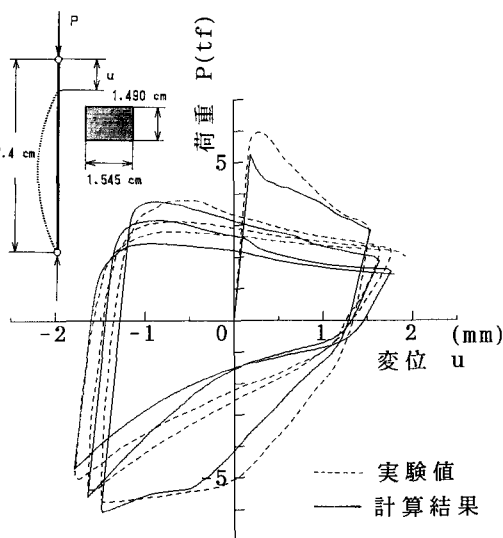


図3：つり合い曲線

参考文献

- 成岡昌夫, 中村恒善 共編: 骨組構造解析法要覧, 日本鋼構造協会, 培風館.
- 石川, 依田: 骨組構造物の幾何学的非線形解析における不釣り合い力の補正, 構造工学論文集 Vol. 40A (1994年3月).
- 田中, 水野, 沈, 宇佐美: 降伏棚を有する鋼材の繰返し弾塑性モデル - 2曲面塑性モデルの開発 -, 構造工学論文集, Vol. 37A (1991年3月).
- D. R. J. OWEN, E. HINTON: FINITE ELEMENTS IN PLASTICITY: Theory and Practice, Pineridge Press Limited, Swansea, U. K.
- 若林, 野中, 小城, 山本: 繰返し軸方向力を受ける部材の挙動に関する一実験, 京都大学防災研究所年報, 14A, pp. 371-381, 1971.