

I-327

薄肉変断面部材の解析に関する一考察

九州工業大学 正員 山口栄輝
 東京大学 正員 西野文雄

1. はじめに

薄肉断面部材の力学に関する研究は、Vlasov¹⁾をはじめとし国内外で活発に行われてきた。数多くの研究論文が発表されており、仮想仕事の原理に基づいた薄肉断面部材の基礎理論もすでに体系化されている²⁾。しかしながら、こうした研究は等断面部材を対象としたものであるため、変断面部材の解析では断面が階段状に変化する部材として形状を近似し、解析することになる。本論文では、まずこの解析法（古典解法）について概観し、次にディジェネレーション法に基づいた薄肉断面部材要素³⁾について記す。最後に、数値解析例によりこの2つの解析法の比較検討を行う。

2. 古典解法

薄肉断面部材の力学では、軸力問題、曲げ問題およびねじれ問題を扱うことになるが、一般にこれらは連成する。しかしながら、断面内の参照点を適当に選ぶことにより、これらの問題を独立に扱うことが可能となる。参照点には図心またはせん断中心が選ばれ、軸力やバイモーメントは前者、せん断力や曲げモーメントは後者により定義されることになる⁴⁾。通常の等断面部材の解析ではこの方法により誘導された支配方程式を用いて解析が行われるが、それでも解析的に解が得られるのは単純な構造物の問題に限られており、複雑な構造物の解析には、この支配方程式をもとにしたマトリックス構造解析法を適用することになる。すなわち、1節点当たり7自由度を有する2節点棒要素を用いた解析を行うのが常である⁴⁾。

等断面部材を対象にした場合、上記のアプローチは容易であり、剛性行列も陽な形で求められる。この利点を生かしながら変断面部材を解析するには、断面が階段状に変化する部材に近似して解析を行う必要がある。しかしながら、この場合、階段状に変化するすべての断面の図心やせん断中心が一直線上にあるとは限らず、マトリックス構造解析で扱う節点量を適当に定義し直すという手続きが必要になる。例えば、図-1、2に示すようなウェブ高が変化するI桁の場合、全ての節点量を図中のa-a軸上の点で定義して解析することが考えられる。その際に必要な変換行列については文献4)で誘導されている。

3. ディジェネレーション法

有限要素法で構造解析を行う際には、上記の古典解法とは異なったアプローチも可能であり、ディジェネレーション法と呼ばれている³⁾。この手法は、連続体の支配方程式をもとに離散化を行い、有限要素や構成式等に構造部材の仮定を取り込んでゆくものであり、薄肉断面部材を対象とした解析法についても、すでに提案がなされている³⁾。その解析法で用いられる要素は12節点固体要素をもとに開発されており、要素剛性行列を評価する際の積分領域を工夫することにより、I形や箱形断面部材の解析に適用可能となっている。例えば図-3に示すI形断面の場合、要素剛性行列の算定に伴う断面積分は斜線部についてのみ実行し、他の部分は無視することになる。この要素の節点自由度は変位の3成分のみであり、たわみ角、ねじれ角およびその変化率については何ら考慮する必要がない。また反りモーメントについても取り扱う必要がなく、シンプルで直感的に理解し易い薄肉断面部材要素となっている。文献3)では等断面部材の解析しか行っていないが、変断面部材に適用する際にも大きな問題点は見当たらず、その解析精度についての検討は必要であるものの、文献3)の要素をそのまま用いることが可能であると考えられる。

4. 数値解析例および考察

自由端に鉛直荷重とねじれモーメントを受ける薄肉変断面片持梁（図-1、2）の解析を行う。古典解法では、2節点棒要素を50個用いてこの梁をモデル化する。各要素は等断面であるため、この変断面部材を

階段状に断面が変化する部材として近似的にモデル化することになる。この階段数を増やせば、幾何的な形状の近似度が高まり、よりよい解が得られる。ここでは、階段数 N を1, 2, 5, 10, 25と変化させ、解の収束状況を見る。50要素でモデル化しているため、例えば $N=5$ の場合、50要素を連続する10要素ずつの5グループに分け、それぞれのグループがカバーする区間の平均断面をそのグループ内の要素の断面として与える。このモデルでは各グループごとに図心やせん断中心の位置が異なるため、節点量の変換が必要となる。ここでは、最小断面（自由端断面）の図心（断面が2軸対称であるため、この点はまたせん断中心でもある）を通る水平線（図-1のa-a軸）上に節点を取り、必要な変換を施して解析を行う。

一方、ディジェネレーション法による解析では、この変断面片持梁をモデル化するのに特別な工夫をする必要は全くなく、断面が変化する5要素を用いて離散化を行い、計算する。

計算結果として、a-a軸に沿った y 軸方向変位を図-4に示している。古典解法においては、 N の値が大きくなるにつれて変位が収束していく様子が見られるが、ウェブ下端の勾配が約2.8度に過ぎないことを考えれば、その収束率はかなり悪い。これに対し、ディジェネレーション法による解析では、5要素で十分な精度の解が得られており、この手法によれば、薄肉変断面部材解析が容易にまた精度良く行えることが理解される。さらにまた、本解析例においては、古典解法で用いた自由度が350であるのに対してディジェネレーション法では120に過ぎず、計算効率の点でもディジェネレーション法が優れているという結果が得られた。

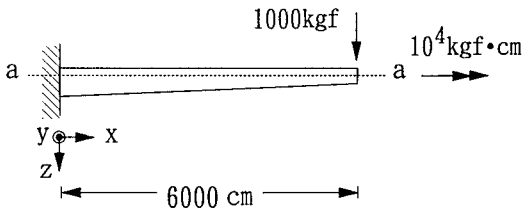


図-1 変断面片持梁

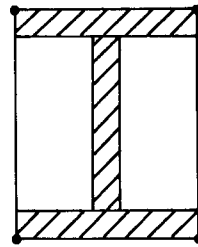


図-3 積分領域 (I形断面)

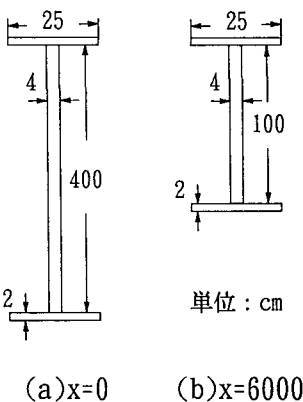


図-2 断面形状

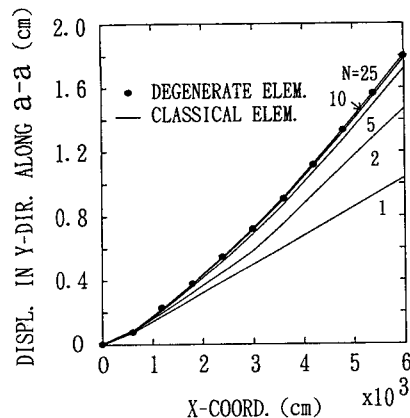


図-4 y 方向変位

参考文献

- 1) Vlasov, V.Z.: *Thin-Walled Elastic Beams*, National Science Foundation, Washington D.C., 1961.
- 2) 西野文雄：薄肉断面部材の基礎理論，鋼構造の研究（岡本舜三編），奥村敏恵教授還暦記念，技報堂出版，1977年。
- 3) 山口栄輝・西野文雄：ディジェネレーション法に基づいたI形／箱形断面部材の有限要素解析手法，構造工学論文集，Vol.40A，1994年。
- 4) 西野文雄：連続体の力学，土木工学大系6，彰国社，1984年。