

I-325

石鹼膜四面体要素による形状解析に関する一考察

佐賀大学 学生員 劉 磊 正 員 後藤茂夫
正 員 井嶋克志 正 員 川崎徳明

1. まえがき

前回は、石鹼膜四面体要素による等張力曲面の形状解析の高精度化を図った。すなわち、四面体要素を実剛性のある曲面要素の近似として使用することは合理的ではないが、本来剛性を有しない石鹼膜曲面要素の近似モデルとしての四面体要素の利用は、三角形要素による分割パターンによる解のばらつきなど防ぐ事が出来る。

しかしながら、等張力曲面を有限個の平面要素により分割した場合、各内圧節点力とそのまわりの要素力が完全に釣合うような形状は存在せず、本四面体モデルを使用しても同じ結果を得る。一方、石鹼膜要素は面内方向に剛性を持たず、法線方向の外力に対してのみ抵抗できることから、節点の面内変位を拘束して、空間3自由度系より法線方向のみの1自由度へ変換することが合理的と考えられる。

本研究は石鹼膜四面体要素による等張力曲面の空間3自由度系と法線方向1自由度系との形状解析を比較し、法線方向1自由度系による等張力曲面形状解析の合理性、高精度性及び演算時間の短縮について報告する。

2. 空間3自由度系より法線方向1自由度系への変換

節点*i*を頂点に持つ石鹼膜三角形要素が*n*個とする。*jk*の方向余弦ベクトル α_i 、垂線*ii'*の方向余弦ベクトル β_i 、要素に垂直な方向余弦ベクトル γ_i であり、式1のように表せる。*i*点における法線方向の方向余弦ベクトル D_i は式2のように定義される。

$$\gamma_i = \alpha_i \times \beta_i \quad (1)$$

$$c_i = \sum \gamma_i$$

$$D_i = c_i / |c_i| \quad (2)$$

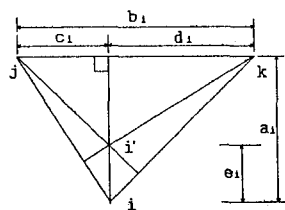


図-1 三角形基本寸法

となる。石鹼膜三角形要素の剛性方程式の法線方向1自由度系による表現は次のように書くことができる。

$$\begin{bmatrix} \delta T_i \\ \delta T_j \\ \delta T_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_i^T K_{ii} D_i & D_i^T K_{ij} D_j & D_i^T K_{ik} D_k \\ D_j^T K_{ji} D_i & D_j^T K_{jj} D_j & D_j^T K_{jk} D_k \\ D_k^T K_{ki} D_i & D_k^T K_{kj} D_j & D_k^T K_{kk} D_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta t_i \\ \delta t_j \\ \delta t_k \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$G_{ii} = D_i^T K_{ii} D_i \quad (i = i, j, k)$$

G_{ii} を用いて、四個の三角形で組み合わせた石鹼膜四辺形要素の剛性方程式は次のように表すことができる。

$$\begin{bmatrix} \delta T_1 \\ \delta T_2 \\ \delta T_3 \\ \delta T_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} + G_{11}^2 + G_{11}^4, & G_{12} + G_{12}^2, & G_{13} + G_{13}^4, & G_{14} + G_{14}^4 \\ G_{21} + G_{21}^2, & G_{22} + G_{22}^2 + G_{22}^3, & G_{23} + G_{23}^3, & G_{24} + G_{24}^3 \\ G_{31} + G_{31}^4, & G_{32} + G_{32}^3, & G_{33} + G_{33}^3 + G_{33}^4, & G_{34} + G_{34}^4 \\ G_{41} + G_{41}^4, & G_{42} + G_{42}^3, & G_{43} + G_{43}^4, & G_{44} + G_{44}^3 + G_{44}^4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta t_1 \\ \delta t_2 \\ \delta t_3 \\ \delta t_4 \end{bmatrix} \quad (4)$$

3. 計算例

a) 周辺固定された正方形

初期形状：8m×8m

設定条件

単位膜張力：25.0 Kg f / m

内 圧：10.0 Kg f / m²



図-2 3自由度系

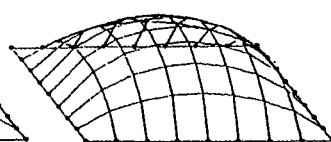


図-3 1自由度系

図-2は3自由度系による30回反復計算の形状であり、図-3は1自由度系による8回反復計算の収束形状である。図-2と図-3を比べると、ほぼ同じ曲面を得たが、節点変位が多少異なることが判った。これは面内不平衡力に起因するものである。

b) 周辺固定された十字形

初期形状：十字形

設定条件

単位膜張力：14.0 Kg f / m

内 圧：10.0 Kg f / m²



図-4 3自由度系



図-5 1自由度系

本計算例のように、残留面内不平衡力が大きい場合、3自由度系による計算結果と1自由度系のそれでは節点位置の差異が大きいことが分かった。

c) 周辺固定されたH形

初期形状：H形

設定条件

単位膜張力：14.0 Kg f / m

内 圧：10.0 Kg f / m²

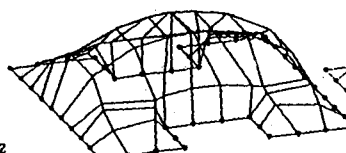


図-6 29回反復形状

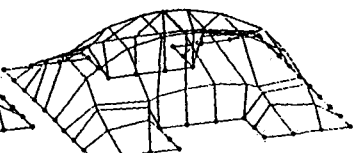


図-7 30回反復形状

図-6、図-7は3自由度系による29回、30回反復計算形状である。図-6は中央近傍の2自由度節点が1点に重なる寸前である。図-7は既に交錯して、当初の要素分割の状態からのずれが大きくなって、これ以上の計算ができなくなった。

4. まとめ

以上の計算例によれば、石鹸膜をモデルとする等張力曲面解析の場合、空間3自由度による形状解析では、形状は収束しても、不平衡力は完全には0とならない。より良好な収束解を得るために、理論的には剛性を持たない面内方向の変位を拘束し、法線方向のみの1自由度系とすることより、不平衡力の法線方向成分が0とすれば、節点は等張力曲面上にあり正解値とすることができるので、この手法は極めて合理的である。

また、この様に1自由度への変換を行うによって、つねに各反復過程において形成される未収束曲面の法線方向のみに自由度を持つ1自由度節点群を取り扱うことになるので、処理すべき連立方程式の元数は3自由度の解析に比べ激減し、演算時間を大幅に短縮することができた。

参考文献

- 1) 後藤茂夫 他：要素剛性分離の手法による等張力曲面の形状解析と膜構造解析. 構造工学論文集1991.
- 2) 後藤茂夫 他：要素剛性分離の手法による構造物の幾何学的な非線形解析. 構造工学論文集1991.
- 3) 劉 磊 他：石鹸膜四面体要素による等張力曲面の形状解析. 第48回年次学術講演概要集1993.