

(株)横河ブリッジ 正 員○永田 考
 武蔵工業大学 正 員 増田陳紀
 武蔵工業大学 岩下 宏
 青木建設(株) 橋本直人

1. はじめに

有限要素法は解析に必要なデータが準備されれば解が得られるという便利さから構造工学を中心に多くの方面で利用されている。だが得られる解は近似解であり、その精度は作成した要素分割モデルに影響される。適切なモデル化を行うにはある程度の経験を必要とするのが一般的である。そのモデル化を事後誤差評価手法を用いて自動的に修正し、所要の解を得る方法が考えられている。本研究はKellyが提唱する事後誤差評価式を平面応力問題にて適用し三角形一次要素での適用性を検討を行うことと、事後誤差評価法の利用を念頭においた順応型有限要素法の作成にあたり生ずる問題に関して、初歩的な検討を行うことを目的とする。

2. 事後誤差評価の一例

Kellyの提唱する理論¹⁾は、有限要素解析によって得られる応力から要素境界における応力の不連続量を算出し、それを再び有限要素解析の入力荷重として同じ解析手法で解析すると、変位の代わりに推定誤差が得られることを示している。ここで事後誤差評価の例題とする解析対象は図-1に示すような先端に合応力10 kgfの荷重を受ける長さ10cm、高さ4cm、板厚1cmの片持ち梁であり、理論解が与えられている²⁾。ここでは三角形定ひずみ要素を用い図-2に示す18節点20要素の解析モデルで解析した場合を取り上げる。

事後誤差解析を行う際、応力・変位解析で使用した1要素をさらに図-3の様に分割する。応力・変位解析によって得られた応力は要素内で一定であるが、その応力分布から各要素境界における応力の不連続量を算出する。応力の不連続量は、要素分割の際境界上に新たに現れる節点を含む節点上の等価節点力に置き換えられる。そして同じ有限要素法を用いて解析を行い、応力・変位解析の解に対する推定誤差を算出する。一方、図-2のモデルによる変位解析の解を理論解から差し引いて真の変位の誤差を算出し、誤差解析の結果をそれと比較して誤差評価の精度および収束性を検討する。

解析対象の中立軸上の節点における真の変位の誤差および誤差解析による推定誤差を比較したところ(図-4)、固定端側から荷重を受けている自由端側へ進むほど真の誤差および推定誤差が共に大きくなっていった。誤差解析の際に用いる分割を1要素あたり4分割にした場合、荷重端で推定誤差の真の誤差に対する相対誤差は約40%である。しかし1要素あたり16分割と細かくした場合、推定誤差の真の誤差に対する相対誤差は約7%に減少しており、誤差評価の精度が良くなることがわかった。以上、片持ち梁モデルの解析を通じてKellyの誤差評価の理論の適用性を示した。

3. 順応型有限要素法作成に向けての一検討

順応型有限要素法は解析のみならず解析結果から誤差を評価して要素の自動再分割を行い、所要の精度の

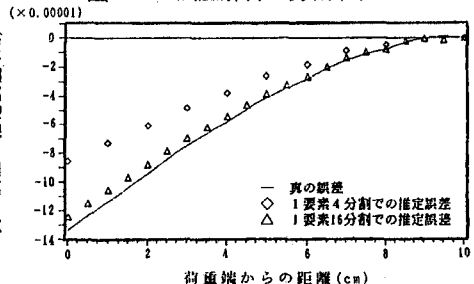
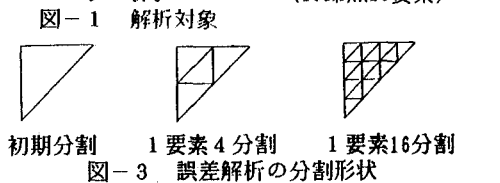
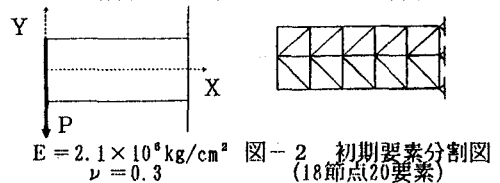


図-4 誤差評価結果(中立軸の変位)

解が得られるまでそのような過程を自動的に繰り返す有限要素解析システムである。順応型有限要素法において、その解析結果がある基準を満足するかどうかの判定に、2章で取り上げた事後誤差評価手法を組み込むことを考える。その際の問題点として、誤差評価の際の要素再分割を細かくするほど推定誤差は真の誤差に収束すると予測されるが、一体どこまで細かくすれば最適なのかという判断が付きにくいことが挙げられる。ここでは基礎的な検討としてより速くより良い精度で収束させるために応力が集中する部分に小さなメッシュを置くように要素を再分割する手法を検討する。要素再分割手法は表-1の様に分類されるが³⁾、ここではr法とh法の考えに沿って、例題として用いた初期要素分割モデルの応力誤差の大きい部分にそれぞれ小さな要素を配置した片持ち梁モデルで事後誤差評価を試み比較する。なお要素再分割の方法としては、r法によるモデルは解析で算出された各要素の相当応力と要素面積の積が一定となるように節点を移動し、また、h法によるモデルは比較的応力勾配の大きい部分に限りて要素を細分割をした。それぞれの誤差評価の結果を図-5、図-6に示す。

表-1 要素再分割手法の概説

r 法	節点を移動させるのみ、要素数・節点数は不変、
h 法	誤差の大きい要素を細分割する、要素・節点増加
p 法	誤差の大きい要素の自由度を上げる、節点は増加

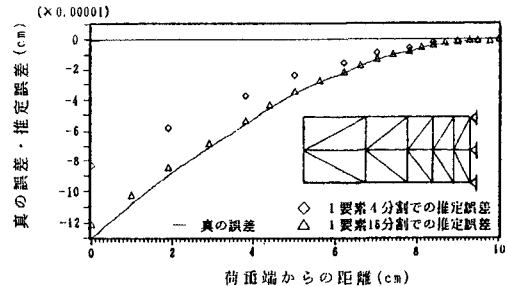


図-5 r法によるモデルと誤差評価結果(中立軸の変位)

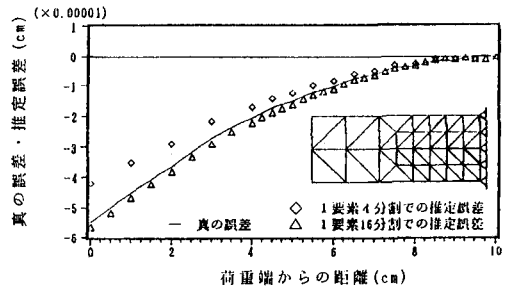


図-6 h法によるモデルと誤差評価結果(中立軸の変位)

まずr法に基づいたモデルについては(図-5参照)、1要素16分割で荷重端での相対誤差は6.8%であり、2章で述べた初期要素分割モデルでの解析値と同程度の結果に落ちついた。一方、h法に基づいたモデルについては(図-6参照)、節点数および要素数の増加も影響して相対的に真の誤差が大幅に減少した。そこで1要素あたり16分割したモデルで誤差解析を行うと、荷重端での相対誤差は2.8%となり、これまでで一番良い精度の誤差評価ができた。

少なくともこの例題に関する限り、節点移動だけ施したr法に基づくモデルは、再分割の効果があまり高くなかった。しかしh法に基づいて再分割したモデルの結果に見られる様に、応力勾配の大きな部分を集中して細かくすれば、精度の良い誤差評価ができることが確認できた。実際問題では、h法で一部要素の細分割を施した後に、r法によって節点を移動させ要素の形状を最適化すれば良いと考えられる。

4. おわりに

片持ち梁を対象にした事後誤差評価の結果は、永田・増田・佐々木・芳田⁴⁾による円盤を対象にした事後誤差評価の結果と同様であり、これらの基礎的な検討によってKellyの事後誤差評価式は順応型有限要素法に基本的に適用可能であることが分かった。実際にはその誤差評価結果からいかなる分割様式に持っていくのかを自動的に判断させる方法を考案する必要がある。

<参考文献> 1) Kelly, D. W. : The self-equilibration of residuals and complementary a-posteriori error estimates in the finite element method, Int. J. Numer. Methods Eng., Vol. 20, pp. 1491-1506, 1984. 2) Timoshenko, S. P. and Goodier, J. N. (金多潔訳) : 弾性論, コロナ社, pp. 41-46, 1973. 3) 大坪英臣・久保田昇弘・北村充 : 有限要素法の事後誤差評価を利用した順応型要素分割法に関する研究, 日本造船学会論文集, No. 167, pp. 179-189, 1990. 5. 4) 永田考・増田陳紀・佐々木康友・芳田宏一郎 : Kellyの理論に基づく有限要素法の事後誤差評価に関する検討, 土木学会第48回年次学術講演会, pp. 1418-1419, 1993. 9.