I－308　部分接合された直交異方性体の接合部近傍の応力集中解析

（株）　熊谷組　　○正会員　長瀬　裕信
岐阜大学工学部　　正会員　中川　建治

1．まえがき

近年、複合材料の研究開発が進むにつれて弾性定数の異なる材料の接合面に生じている空隙や亀裂の解析がますます重要になってきている。いわゆるインターフェイスクラック問題である。土木工学の分野では、この種の問題が多くたとえば、コンクリートダムの基礎岩盤とその上に打設されたコンクリートとの接合面不良部での応力集中問題や、ダム吐き出し部の洗掘部に補修用のファイバーコンクリートを打ち足した場合の接触面不良あるいはＬＮＧ備蓄地下空洞の覆工コンクリートと周辺岩盤との応力集中や温度応力による亀裂進展問題などである。

工学的応用が期待される直交異方性体境界面亀裂の問題は、従来の研究では亀裂先端の応力集中が集積特異点となることなど工学的に不合理な点がある。本研究では、部分接合された直交異方性体境界面亀裂の周辺でも亀裂先端に開口変位と応力が共存する破壊進行領域(図-1のｂ)を設定することにより、従来の応力特異性が生じない有限で滑らかな応力分布を与える解析解を導き得たのでここに報告する。

2．解析モデルと基礎式

弾性特性がそれぞれ異なる２種類の直交異方性体半無限板（厚さ一定）が図－１に示すように直交座標軸$\xi\eta$のη軸（$\xi=0$）の有限部分$|\eta|<a$でのみ境界面として接合されているものとする。無限遠点で総和Ｐの引張力σと総和Ｔのせん断力τが作用しているものとする。直交異方性体の基礎式は境界面の左右に対してj=1,2とすると次式となる。

$$(B_{Xj}\partial^4/\partial X_j^4+2\kappa_j\sqrt{B_{Xj}B_{Yj}}\,\partial^4/\partial X_j^2Y_j^2+B_{Yj}\partial^4/\partial Y_j^4)W(X_j,Y_j)=0$$

一般解は任意関数$f_1(Z)$～$f_4(Z)$によって

$$W(x_j,y_j)=f_1(Z_{j1})+f_2(Z_{j2})+f_3(Z_{j3})+f_4(Z_{j4})$$

と表わされる。さらに主軸座標変換をして変形する。

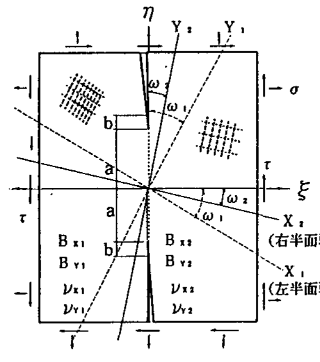

図-1　解析モデル

κ;ねじり定数

$C_j=\cos\omega_j,\ S_j=\sin\omega_j$

ω_j;最弱軸からの反時計方向角

$$Z_{j\substack{1\\2}}=\left\{\left(\pm\frac{C_j}{\beta_{jy}}-\frac{S_j}{\beta_{jx}}\sqrt{\frac{1-\kappa}{2}}\right)+i\frac{S_j}{\beta_{jx}}\sqrt{\frac{1+\kappa}{2}}\right\}\cdot\left\{P_{j\substack{1\\2}}\xi+i\eta\right\}$$

$$=\left\{\left(\pm\frac{C_j}{\beta_{jy}}-\frac{S_j}{\beta_{jx}}\sqrt{\frac{1-\kappa}{2}}\right)+i\frac{S_j}{\beta_{jx}}\sqrt{\frac{1+\kappa}{2}}\right\}z_{j\substack{1\\2}}$$

一般解$Z_{j\substack{1\\2}}$のかわりにこれと同等な次式に示す任意関数$z_{j\substack{1\\2}}$を定義して解析する。これにより境界条件を導入する場合に表現が簡単になる。

$$z_{j1}=P_{j1}\xi+i\eta=(P_{j1R}+iP_{j1I})\xi+i\eta \qquad z_{j2}=P_{j2}\xi+i\eta=(P_{j2R}+iP_{j2I})\xi+i\eta$$

求める応力関数を$W_j()$とすると直接$W_j()$は必要でなく、W_j'、W_j''のみが変位、応力に関係するので以下の式を導入する。

$$W_j'=W_{j1}'+W_{j2}'$$
$$=(D_{j11}+id_{j11})f_1(z_1)+(D_{j12}+id_{j12})f_1(z_2)+(D_{j21}+id_{j21})f_2(z_1)+(D_{j22}+id_{j22})f_2(z_2)$$

ここで、関数f(z)は直交異方性体間のbi-elastic constantをαとすると以下の式となる。

$$f_1(z)=\cosh\{(1+i\alpha)H(z,a,b)\}-\cosh\{(1-i\alpha)H(z,a,b)\}$$
$$f_2(z)=\sinh\{(1+i\alpha)H(z,a,b)\}+\sinh\{(1-i\alpha)H(z,a,b)\}$$

解析関数H(z, a, b)の詳細は割愛するが、滑らかな開口を表現できる関数である。境界条件は開口部η軸上(ξ=0)の$|\eta|$>a+bで$\sigma_\xi=\tau_{\xi\eta}=0$、$|\eta|$<aで右左の変位ｕｖおよび応力$\sigma_\xi$、$\tau_{\xi\eta}$が連続することである。これらの境界条件を整理すると４×４の固有値問題に帰結する。

３．計算例

計算モデルとして、鋼材の上に打設された複合材料(異方性)を想定する。接合面(ξ=0)におけるσ_ξの総和が一定値Ｐとなる引張力が作用する場合の計算例を示す。図-1の左半面を鋼材と考え弾性係数を無次元量$B_{X1}=B_{Y1}=7$　$\nu_1=0.16$ ねじり定数$\kappa=0.9$とし、右半面は複合材料(異方性)と考え$B_{X2}=1$　$B_{Y2}=2$　$\nu_2=0.2$、ねじり定数$\kappa=0.6$とする。主軸角度$\omega_1=0°$　$\omega_2=25°$ クラック長さa=1 cm, プロセスゾーンb=0.3 cm、無限遠点で総和Ｐの引張力σが作用する平面応力問題とする。結果を図-2～図-9に示す。図-10には主軸角度 $\omega_1=\omega_2=0°$ のときの変位ｕを示す。

４．まとめ

これらの図から明らかなように、異質の直交異方性体の境界上の開口部においても応力度$\sigma_\xi=0$, $\tau_{\xi\eta}=0$は完全に満足され、プロセスゾーンでは工学上不都合な集積特異点が消滅されて滑らかな応力集中を構成するような解を導き得た。主軸角度が変化するにつれてη>0 側の開口部の変位ｕは大きくなるが逆にη<0 側の変位ｕは接合部分の影響によりむしろ減少していくことがわかる。

任意の主軸傾きが考慮できるため工学的に応用範囲が広く複合材料のみならず、不均一性、異方性を強く示す自然の地盤や岩盤を対象にした亀裂解析などに適用が可能である。

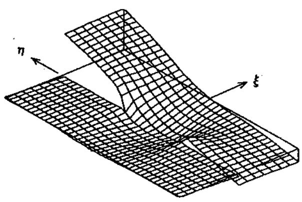

図-2 変位　u

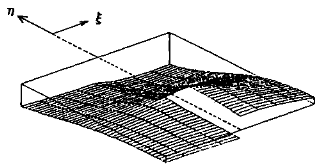

図-3 変位　u拡大図

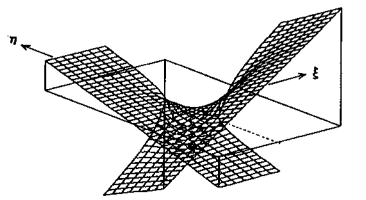

図-4 変位　v

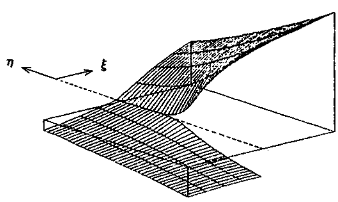

図-5 変位　v拡大図

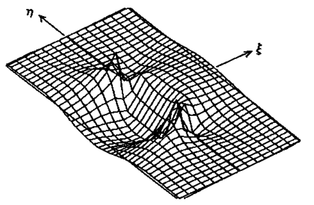

図-6 応力　σ_ξ

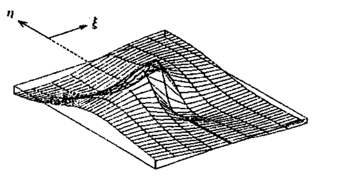

図-7 応力　σ_ξ 拡大図

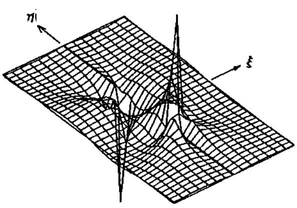

図-8 応力　$\tau_{\xi\eta}$

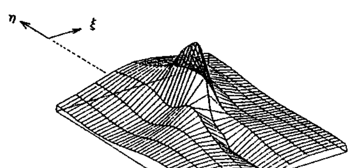

図-9 応力　$\tau_{\xi\eta}$拡大図

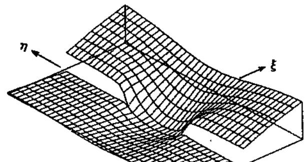

図-10 変位　u（$\omega_1=\omega_2=0°$）