

I-304

円柱状複合材料の界面の時間依存性を考慮した粘弾性挙動

山梨大学大学院 学生員○橋詰良太

山梨大学工学部 正 員 平島健一

1 はじめに

粘弾性物質の挙動は弾性要素と粘性要素の組み合わせから成るモデルによって評価することが可能である。本研究では、一方向に強化した円柱状繊維複合材料に粘弾性界面が存在する問題を設定し、解析理論およびその計算結果から、複合材料の粘弾性挙動としての力学定数の時間的変動を定量的に評価することを試みたものである。

具体的には、円柱状繊維とそれを取り囲むマトリクスの間に存在する粘弾性界面が Kelvin, Standard および Burgers タイプの力学挙動をすると仮定して解析を行う。なお、これらのうち Burgers モデルの力学定数を特殊化することによって Maxwell, Kelvin または Standard モデルに帰結させることが可能であることを具体例によって提示する。

2 粘弾性界面のモデル化

粘弾性界面の挙動をモデル化するのに、従来 Hashin により Maxwell モデルが用いられてきた。しかし、Maxwell モデルでは応力緩和の挙動を定性的に示すことができるものの、実際の固体材料を対象としたクリープを再現することが不可能である。

他方 Kelvin モデルでは Maxwell モデルとは逆に、ある程度のクリープ挙動を予測することができるものの、応力緩和の予測は不完全である。

このように、ばねとダッシュポットを1つずつ結合したモデルでは応力緩和とクリープの両方を同時に説明することはできない。その欠点を解決するためのモデルが Standard モデルであり、さらに複雑な挙動を与えるモデルが Burgers モデルである(図1参照)。

3 軸方向有効せん断弾性係数 $G_A^*(t)$ およびクリープ・コンプライアンス $g_A^*(t)$ の計算式

圧縮力・曲げ・ねじれ等により、弾性界面にせん断応力が生じたとき、それで覆われた円柱状繊維複合材料に関する軸方向有効せん断弾性係数 $G_A^*(t)$ は、Hashin により式(1)および式(2)で与えられている。

$$G_A^*(t) = G_m + \frac{v_f}{\frac{1}{G_e - G_m} + \frac{v_m}{2G_m}} \quad (1)$$

$$G_e = \frac{G_f}{1 + \rho G_f / G_i}, \rho = \delta_1 / a, G_f = G_{Af} \quad (2)$$

ここに、 G, v, δ_1 および a は、それぞれせん断弾性係数、体積含有率、界面の厚さおよび繊維の半径であり、またそ

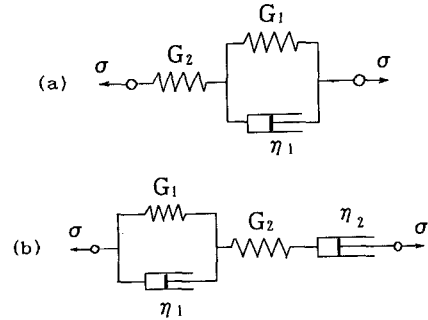


図1: (a)Standard model (b)Burgers model

れらに付された添字の A, m, f および i はそれぞれ、繊維の軸方向、マトリクス、繊維および界面を表す。さらに上付きの添字*は有効な力学定数を意味する。

さて、弾性解と線形粘弾性解の間に成立する対応原理を用いることにより、式(2)のせん断弾性係数 G_i の代わりに、適用するモデルの粘弾性条件を代入して新たに有効せん断弾性係数 $G_A^*(t)$ を求める。

Burgers モデルを採用した場合の $G_A^*(t)$ は次式となる。

$$G_A^*(t) = A_2 \exp(\alpha t) + B_2 \exp(\beta t) + C_2 \quad (3)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} A_2 &= \frac{\alpha(d_1\alpha + e_1) + f_1}{\alpha(\alpha - \beta)}, \\ B_2 &= \frac{\beta(d_1\beta + e_1) + f_1}{\beta(-\alpha + \beta)}, \\ C_2 &= \frac{f_1}{\alpha\beta}, \\ d_1 &= (2 - v_m - 2v_f)G_m(\tau_1\eta_2 + \rho G_f\tau_1\tau_2) \\ &\quad (v_m + 2v_f)\tau_1\eta_2 G_f, \\ e_1 &= (v_m + 2v_f)\eta_2 G_f + (2 - v_m - 2v_f)G_m \\ &\quad \times \{\eta_2 + \rho G_f(\tau_1 + \tau_2 + \eta_2/G_1)\}, \\ f_1 &= (2 - v_m - 2v_f)\rho G_f G_m. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

なお、 α, β は 2 次方程式 $a_1 s^2 + b_1 s + c_1 = 0$ の根である。ここに、上式中の G_1, G_2, η_1 および η_2 は Burgers モデルの力学定数である。

4 数値計算例

計算に用いる繊維複合材料は、Hashin により Maxwell モデルを用いて計算された円柱状の Nikalon 繊維(せん断

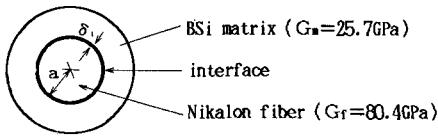


図 2: 繊維複合材料の単位要素モデル (断面図)

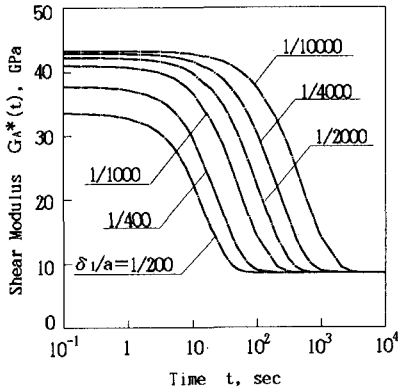


図 3: Burgers モデルを適用したときの $G_A^*(t)$ の計算結果

弾性係数 80.4GPa) とそれを取りまく BSi マトリクス (同 25.7GPa), さらに繊維とマトリクスの間の厚さ δ_1 の円筒状の粘弾性界面から構成されているものとする (図 2 参照)。繊維とマトリクスの占める体積は同一、すなわち、 $v_f = v_m$ とする。

また、Hashin の論文¹⁾を参考にして、各モデルのばね定数 G_1, G_2 を同一の 1.0[GPa] に、粘性係数 η_1, η_2 をそれぞれ 4.2[GPa·sec] と設定する。

粘弾性界面が Burgers モデルとしての挙動をすると仮定した場合の $G_A^*(t)$ の計算結果を図 3 に示す。ただし、 δ_1/a は (界面厚)/(繊維の半径) を表す。

5 高次モデルから低次モデルへの帰結

Burgers モデルの構成方程式は次式で与えられる。

$$\frac{\eta_1 \eta_2}{G_1 G_2} \ddot{\sigma} + \left(\frac{\eta_1}{G_1} + \frac{\eta_2}{G_2} + \frac{\eta_2}{G_1} \right) \dot{\sigma} + \sigma = \frac{\eta_1 \eta_2}{G_1} \ddot{\epsilon} + \eta_2 \dot{\epsilon} \quad \dots (5)$$

上式において、力学定数を特殊化して $\eta_2 \rightarrow +\infty$ とすると、次式が得られる。

$$(G_1 + G_2) \sigma + \eta_1 \dot{\sigma} = G_1 G_2 \epsilon + G_2 \eta_1 \dot{\epsilon} \quad \dots (6)$$

この式は Standard モデルとした場合の構成方程式そのものである。

上記の理論を数値的に示したものが図 4 である。この図は図 3 における $\delta_1/a = 1/200$ のときの曲線での η_2 の値を 4.20

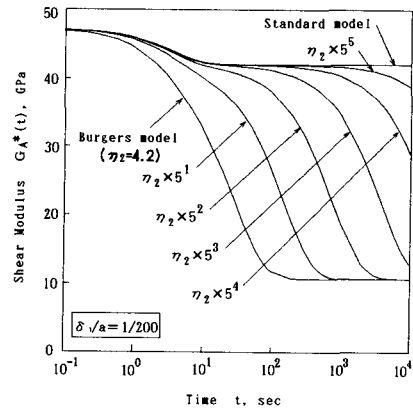


図 4: $G_A^*(t)$ における Burgers モデルから Standard モデルへの帰結

から段階的に $+\infty$ 付近まで近づけた場合のものであり、最終的には Standard モデルの曲線に一致している。

さらに、Standard モデルから Maxwell および Kelvin モデルへの帰結についても数値的に実証できたが、紙面の都合上割愛する。

6 おわりに

繊維複合材料の単位要素モデルとして円柱状の繊維とそれを取りまくマトリクスさらに繊維とマトリクスの間に粘弾性界面が存在する問題を設定し、次のような結論を得た。

- (1) 粘弾性界面に圧縮力・曲げ・ねじれ等により、せん断応力が生じたときの円柱状繊維複合材料の時間依存性粘弾性挙動に対し、Kelvin, Standard および Burgers モデルを適用した解析理論を定式化し、具体例として数値的な解析を実施した。
- (2) 力学定数を特殊化することによって、高次モデルから低次モデルに帰結できることを実証し、一連のモデルの関連性を明らかにした。
- (3) unit cell 模型としての複合材料の時間経過に伴う有効な材料定数を定量的に把握するための力学モデルを掲示することができた。

参考文献

- [1] Z.Hashin, Mechanics of Materials, 11(1991), 135-148.
- [2] J.Banbaji, Composites Science and Technology, 32(1988), 183-193.
- [3] L.N.McCartney, Local Mechanics Concept for Composite Material Systems, (1991), 251-282.
- [4] W・フリューゲ, 粘弾性学, (1967), 4-23.