

1. まえがき 3次元固体の熱応力解析は、円柱、円筒、円形厚盤及び円環厚盤に関して、広く行われている。そこでは、3次元熱伝導論と3次元弾性論とが用いられ、厳密な熱応力解析が行われている。3次元固体のうち、円形厚盤及び円環厚盤に注目すると、厚盤の特性を利用した簡易な近似解析法が考えられ、表面荷重を受ける厚板の曲げの一解析方法である厚板理論は、その一つと思われる。但し、厚板理論は、あくまでも、近似解析法であり、Saint-Venantの原理に立脚している以上、厚板の周辺及び周辺近くにおける変位及び応力の値が不正確になることは否めない。

本研究は、厚板理論により、上面に部分加熱を受ける扇形厚板の非定常熱曲げを解析するものである。厚板理論を用いると言っても、温度場は、3次元熱伝導論により厳密に解析し、変位及び応力場だけを近似的に解析する方法である。温度場の境界条件として、2直線辺で温度0、2円弧辺で断熱、上面で部分加熱及び下面で熱放散が取り扱われている。初期条件は、温度0が考えられている。力学的境界条件としては、2直線辺が単純支持及び2円弧辺が自由の場合が取り扱われている。

2. 温度場 扇形厚板の座標系を図-1に示す様に定めると、熱伝導の方程式は、次式で表される。

$$\nabla^2 T = \frac{1}{\kappa} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1)$$

ここで、 T は温度、 t は時刻、 κ は温度伝導率及び ∇^2 は円柱座標におけるLaplaceの演算子を表す。温度場が θ に関して偶であることに留意して、式(1)を解き、 h を相対熱伝達率として、次式の境界条件及び初期条件

$r=a$ 及び $r=b$ において、

$$\partial T / \partial r = 0 \quad (2a)$$

$z=c/2$ において、

$$\partial T / \partial z + hT = Q(r, \theta) / \lambda \quad (2b)$$

$$z = -c/2 \text{ において、 } \partial T / \partial z - hT = 0 \quad (2c)$$

$$\theta = \pm \gamma/2 \text{ において、 } T = 0 \quad (2d)$$

$$t = 0 \text{ において、 } T = 0 \quad (2e)$$

を課すると、温度場が、次のように定められる。

$$T(r, \theta, z, t) = \frac{1}{2\lambda} \sum_{j=1}^{\infty} f_{js} \cos m\theta C_m(\alpha_{ms} r) \left(\frac{\cosh \alpha_{ms} z}{\rho_{ms}} + \frac{\sinh \alpha_{ms} z}{\Gamma_{ms}} - 2 \sum_{k=1}^{\infty} \{ U_{msk} \cos q_k z \exp[-\kappa(\alpha_{ms}^2 + q_k^2)t] - V_{msk} \sin p_k z \exp[-\kappa(\alpha_{ms}^2 + p_k^2)t] \} \right) \quad (3)$$

ここで、 f_{js} は部分加熱 $Q(r, \theta)$ のFourier係数、 $m = j\pi/r$ 、 $\alpha_{ms} = \lambda_{ms}/a$ 及び λ は熱伝導率であり、

$$C_m(\alpha_{ms} r) = J_m(\alpha_{ms} r) - \varepsilon_{ms} Y_m(\alpha_{ms} r), \quad \varepsilon_{ms} = J'_m(\lambda_{ms}) / Y'_m(\lambda_{ms})$$

$$\rho_{ms} = \alpha_{ms} \sinh \zeta_{ms} + h \cosh \zeta_{ms}, \quad \Gamma_{ms} = \alpha_{ms} \cosh \zeta_{ms} + h \sinh \zeta_{ms}, \quad \zeta_{ms} = \alpha_{ms} c/2$$

$$J'_m(\mu \lambda_{ms}) Y'_m(\lambda_{ms}) - Y'_m(\mu \lambda_{ms}) J'_m(\lambda_{ms}) = 0, \quad \mu = b/a$$

$$q_k c/2 \sin(q_k c/2) - (ch/2) \cos(q_k c/2) = 0, \quad p_k c/2 \cos(p_k c/2) + (ch/2) \sin(p_k c/2) = 0$$

また、 U_{msk} 及び V_{msk} は、超越方程式の根と3角関数とから成る定数である。

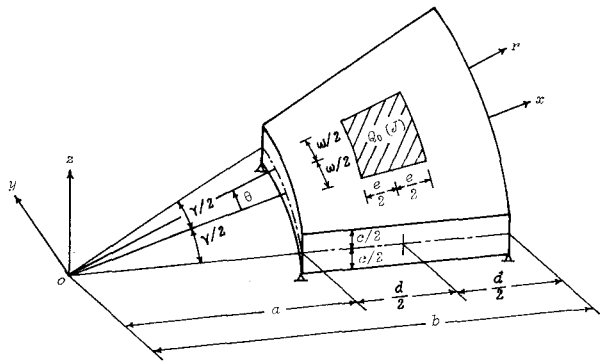


Fig. 1 Coordinate system of thick annular sector plate.

3. 変位及び応力場 変位及び応力場の解として、次式を用いる。

$$2Gu_r = \frac{\partial}{\partial r} \left[\phi_0 + r \frac{\partial \phi_1}{\partial r} + z \frac{\partial \phi_3}{\partial z} - 4(1-\nu)\phi_1 \right] + \frac{2}{r} \frac{\partial \psi_3}{\partial \theta} + \frac{\partial \chi}{\partial r} \quad (4a)$$

$$2Gu_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\phi_0 + r \frac{\partial \phi_1}{\partial r} + z \frac{\partial \phi_3}{\partial z} - 4(1-\nu)\phi_1 \right] - 2 \frac{\partial \psi_3}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \chi}{\partial \theta} \quad (4b)$$

$$2Gu_z = \frac{\partial}{\partial z} \left[\phi_0 + r \frac{\partial \phi_1}{\partial r} + z \frac{\partial \phi_3}{\partial z} - 4(1-\nu)\phi_1 \right] + \frac{\partial \chi}{\partial z} \quad (4c)$$

ここで、

$$\nabla^2 \phi_0 = 0, \nabla^2 \phi_1 = 0, \nabla^2 \phi_3 = 0, \nabla^2 \psi_3 = 0, \nabla^2 \chi = \alpha ET / (1-\nu) \quad (5)$$

上記の解以外に、厚板の解も必要になる。変位及び応力場の力学的境界条件として、次式を考える。

$z=c/2$ 及び $z=-c/2$ において、

$$\sigma_{xr} = 0, \sigma_{x\theta} = 0, \sigma_{xz} = 0 \quad (6a)$$

$r=a$ 及び $r=b$ において、

$$T_{rr} = 0, S_{r\theta} = 0, Q_r = 0, M_r = 0, M_{r\theta} = 0 \quad (6b)$$

$\theta = \pm \pi/2$ において、

$$T_{\theta\theta} = 0, u_r = 0, u_z = 0, M_\theta = 0, \partial u_r / \partial z = 0 \quad (6c)$$

ここで、 $T_{rr}, \dots, M_\theta$ は、合応力及び合偶力である。上式の境界条件のうち、式(6c)の境界条件は、自明に満足され、式(6a)の境界条件は、数式の上で、式(6b)の境界条件は、4元及び6元の連立1次方程式を解いて厳密に満足される。

4. 計算結果 数値計算は、 $b/a=6.0, r=0.5\pi, \omega=0.2\pi, e/d=0.4$ 及び $c/d=1/4, 1/8, 1/12$ の扇形厚板が、材料定数として、ポアソン比 $\nu=0.3$, ビオ数 $H=ch=0.1$ 及びフーリエ数 $t' = \kappa t/a^2 = 0.01, 0.1, 1.0, \infty$ を持つ場合について行った。図-2及び図-3に、 t' をパラメータとして、 $\theta=0, r=3.5a$ における σ_{rr} 及び $\sigma_{\theta\theta}$ の

板厚方向に沿う分布をそれぞれ示した。

図-4に、板厚比 c/d を変えた時の板厚方向に沿う σ_{rr} 及び $\sigma_{\theta\theta}$ の分布を示した。

5. あとがき 扇形厚板の2円弧辺自由の境界条件が、サンブナンの原理に基づいて近似的に満足されているため、内側円弧辺では、比較的大きな σ_{rr} および $\sigma_{r\theta}$ が残る。

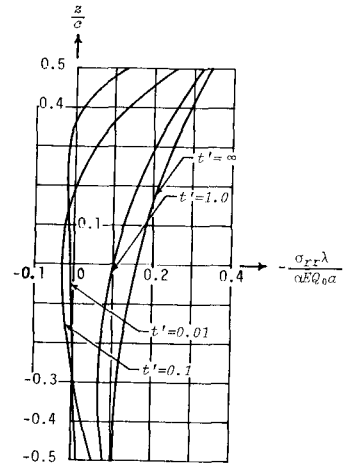


Fig. 2 Distribution of σ_{rr} along z -direction ($\theta=0, r=3.5a, c/d=1/4$).

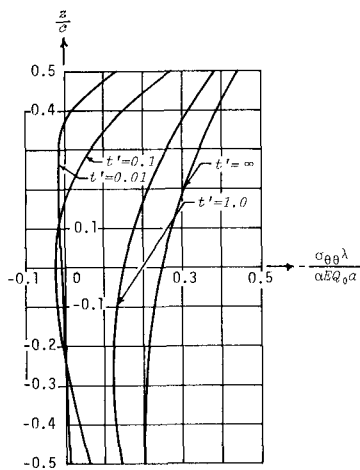


Fig. 3 Distribution of $\sigma_{\theta\theta}$ along z -direction ($\theta=0, r=3.5a, c/d=1/4$).

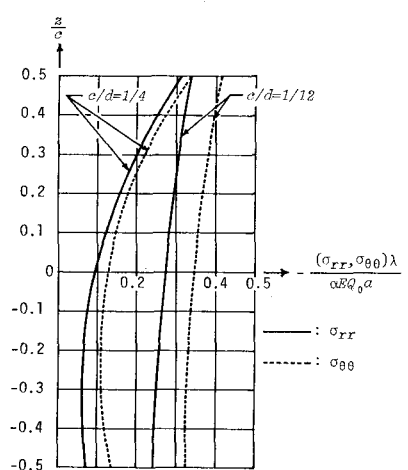


Fig. 4 Effect of thickness-width ratio ($\theta=0, r=3a, t'=1.0$).