

I-283

各種接合条件下での接合異方性
無限体の定常熱弾性問題の解

コミヤマ工業 正会員○清水秀樹
山梨大学 正会員 平島健一

1. 緒 言 最近注目されている地下空間の利用形態としてLNGの地下貯蔵ならびに放射性廃棄物の地下処分などが挙げられるが、これらの施設の設置に関しては掘削による周辺地盤への影響のみでなく、熱の発生による影響が無視できない。これらの問題に対する既存の研究は、多くの研究者⁽¹⁾によってなされているが、一般的な異方性を考慮したものは見当たらないのが現状である。

このような背景を踏まえて、筆者らはこれまでに地盤を一般的な異方性を有する3次元弾性半無限体と仮定し、内部に線状熱源を有する場合を対象とした閉じた型の解析解を提示した。本研究では上述の解析解を踏まえて弾性定数、熱伝導率および線膨張率をもっとも一般的な異方性を有する接合無限体内の温度、応力および変位の解析解を提示する。

2. 応力・変位を求める理論とその解 すでに発表した半無限体に対する解析解⁽²⁾をもとにして、図1に示すような2つの半無限体の接合問題すなわち接合無限体問題(bimaterial problem)に拡張した場合の解析解を求める。

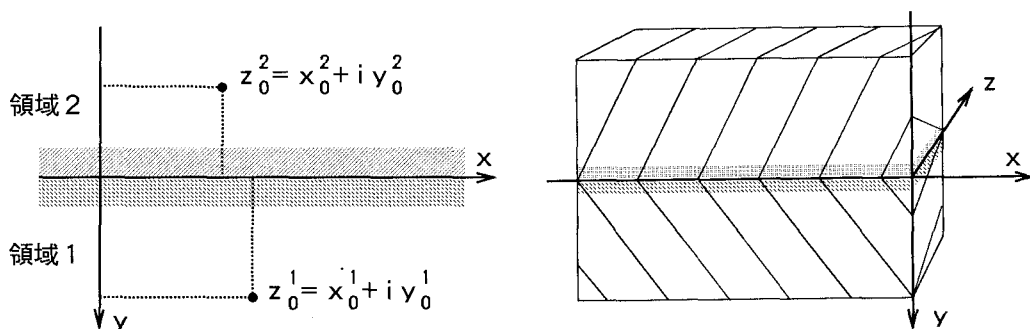


図1: (a) 接合無限体と線状熱源,

(b) 接合異方性無限体

均質な3次元半無限異方性弾性体を考え、図1のように平面境界に沿って x 軸、領域1内部へ向かう方向へ y 軸の正方向を、またこの xy -平面に対して直角(奥行き)方向に z 軸を設定し、両領域に線状熱源が存在するものとする。ここで力学量が奥行き方向(z 軸)座標に依存しない状態、すなわち平面ひずみ状態が達成されているものとする。弾性体の基礎関係式として釣合式、一般的な弾性定数および線膨張率の異方性を考慮した構成式(Hooke's law)、幾何関係式および適合条件式の各式、また熱に関する基礎関係式としては熱伝導の異方性を考慮した熱流関係式および熱収支式の各式を考慮すれば、最終的に次式のような偏微分方程式が得られる。

$$L_4^i F^i + L_3^i \Psi^i + M_2^i T^i = 0, \quad L_3^i F^i + L_2^i \Psi^i + M_1^i T^i = 0, \dots \dots \dots (1)$$

ここに、 F^i, Ψ^i および T^i はそれぞれ面内、面外に関するAiryの応力関数、および温度分布を表す関数であり、 $L_2^i, L_3^i, L_4^i, M_1^i, M_2^i$ は微分演算子である。たとえば、

$$\left. \begin{aligned} L_4^i &= \beta_{11}^i \frac{\partial^4}{\partial y^4} - 2\beta_{16}^i \frac{\partial^4}{\partial x \partial y^3} + (2\beta_{12}^i + \beta_{66}^i) \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} - 2\beta_{26}^i \frac{\partial^4}{\partial x^3 \partial y} + \beta_{22}^i \frac{\partial^4}{\partial x^4}, \\ M_2^i &= \alpha_{11}^i \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \alpha_{12}^i \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} + \alpha_{22}^i \frac{\partial^2}{\partial x^2}. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 β_{mn}^i および α_{mn}^i は平面ひずみ状態であることを考慮した領域*i*における弾性コンプライアンスおよび線膨張率である。式(1)を整理することにより微分方程式が得られるが、これを等方性に縮退させた場合には Poisson 型の方程式となることを踏まえて、次式のような解を仮定する。

$$\begin{aligned} \Phi^i(x, y) &= \sum_{k=1}^8 \{ [A_k^i \cdot f_{kk}(z_{kk}^i) + \sum_{s=1}^6 \{ h_{ks} A_{ks}^i \cdot f_{ks}(z_{ks}^i) + \tilde{h}_{ks} A_{ks}^{i'} \cdot f_{ks}(z_{ks}^{i'}) \}] \\ &\quad + (\delta_{k7} + \delta_{k8}) \sum_{s=7}^8 \{ A_{ks}^i h_{ks} f_{ks}(z_{ks}^i) + \tilde{h}_{ks} A_{ks}^{i'} \cdot f_{ks}(z_{ks}^{i'}) \} \} \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

ここに、

$$f_{ks}(z_{ks}^i) = -\frac{1}{30} (z_{ks}^i)^6 \left(\ln \frac{z_{ks}^i}{d_k^i} - \frac{49}{20} \right), \quad z_{ks}^i = (x + \mu_s^i y) - (x_0^i + \mu_k^i y_0^i), \quad z_{ks}^{i'} = (x + \mu_s^i y) - (x_0^{i'} + \mu_k^{i'} y_0^{i'}), \dots\dots\dots (4)$$

ただし、式中の k, s の和については、 h_{ks} および $\tilde{h}_{ks}$ を次式のようにとればよい。

$$h_{ks} = \frac{1 - (-1)^{k+s}}{2}, \quad \tilde{h}_{ks} = \frac{1 + (-1)^{k+s}}{2} \dots\dots\dots (5)$$

なお、 i' は領域*i*の相手側の領域を表すものである。

式(1)より上記の関数 F および T と関数 Φ の関係は次式ようになる。

$$T^i = -\{L_4^i L_2^i - (L_3^i)^2\} \Phi^i, \quad F^i = (L_2^i M_2^i - L_3^i M_1^i) \Phi^i \dots\dots\dots (6)$$

なお、 Ψ については式(1)を満たす必要がある。

3. 境界条件 温度境界条件は、接合面上での温度 ($T^1 = T^2$) および y 軸方向の熱流束 ($f_y^1 = f_y^2$) の連続を規定するものを設定する。これは、物体同士の接合における一般的な条件である。温度に関する条件は温度場の一価性、熱平衡および上記2種の境界条件であり、これらから12個の方程式が導かれる。一方、式(3)では温度に関する係数 ($k=7, 8$) は計12個あるので、一意に温度場が決定されることになる。

また、力学的境界条件としては表面での応力および変位を連続条件に合わせて規定することにより、完全接合、自由、すべりなどが考えられ、これらの各式から導かれる方程式は96個が導かれる。式(3)中の未定係数も計96個となることから、最終的にすべての係数が決定され、温度、応力および変位といった場の量の解析解が得られることになる。

紙面の都合上、ここでは理論のみの提示となったが、具体的な数値例等については当日発表する。

参考文献

- (1) たとえば、Nowinski, J.L., *Theory of Thermoelasticity with Applications*, (1978), 510, Oxford.
- (2) 平島・飯星・清水・大里, すべりを含む各種境界条件下での半無限体問題の解析解について(第6報 面外方向に弾性主軸の傾斜を有する異方性体の定常熱弾性問題の場合) 機械学会論文集, 59-565, A(1993), 2128.