

固有値解析を用いた有効座屈長の算出に関する一考察

早稲田大学理工学部 正 員 依田 照彦

早稲田大学理工学部 学生員 広瀬 剛

早稲田大学理工学部 学生員 杉村 元

1. まえがき

骨組構造物の座屈に対する安全性の検討では、軸圧縮力を受ける部材の許容応力度を決定するために有効座屈長の概念を用いることが多い。この方法では有効座屈長の算出が座屈に対する安全性のすべてを支配していると言っても過言ではない。比較的単純な骨組構造物では設計上妥当な有効座屈長が設計基準類の中で表の形や簡単な式の形で与えられているものの、複雑な骨組構造物や座屈設計例の少ない構造物に対しては、有効座屈長の算出に関して明確な指針が存在しない^{1), 2), 3)}。ここでは、既存の設計基準のみから有効座屈長を算出するのに困難を感じるような問題に対して、従来の有効座屈長の考え方を踏襲しつつ、比較的簡易な方法で有効座屈長が算出できる方法について考察する。さらに、この方法が、設計技術者が妥当と考えている有効座屈長の値そのものの確認にも利用できることについても言及する。

2. 固有値解析による有効座屈長の算出法

固有値計算によって骨組構造物の有効座屈長を算出する場合、その値は構造物の形状のみならず载荷状態の影響を受けることはよく知られている。その一方で、多くの設計実務者が構造物の形状をもとに妥当と思われる有効座屈長を算出していることも事実である。したがって、構造物の形状に基づく情報だけで固有値計算が実施でき、その結果有効座屈長が算出できれば設計実務にとって座屈設計が容易なものとなろう。つまり、有効座屈長と座屈するときの部材(i部材)の軸力とは次式で関係づけられるはずである。

$$N_{cri} = E I_{mean} \pi^2 / l_{ei}^2 \quad (1)$$

ここに、 N_{cri} : i部材の座屈荷重、 I_{mean} : i部材の平均断面二次モーメント、 l_{ei} : i部材の有効座屈長
 E : ヤング率である。この式から、逆に有効座屈長に見合う軸力を部材ごとに变化させて作用させ、固有値解析を行えば、妥当な有効座屈長が求められることになる。すなわち、式(1)で示される各部材の座屈荷重 N_{cri} を用いて、

$$|K_E(E, I_i, l_i) - \alpha K_G(N_{cri})| = 0 \quad (2)$$

なる固有値方程式が作成できる。ここに、 K_E : 弾性微小変位理論による剛性マトリックス、 K_G : 幾何剛性マトリックス、 α : 固有値、 I_i : i部材の平均断面二次モーメント、 l_i : i部材の部材長である。有効座屈長 l_{ei} と座屈荷重 N_{cri} が適合しているならば、式(2)において $\alpha=1$ が成立する。しかしながら、式(2)の $\alpha=1$ を満たす解は無数に存在するため、妥当な解を見出すための付帯条件が必要となる。ここでは、各部材の座屈荷重 N_{cri} の調和平均を最大にすることが座屈に対する安全性を最適にすると判断基準を用いて、有効座屈長の決定を行った。その結果、設計に用いる有効座屈長 l_{ei}^* は次式により計算される。

$$l_{ei}^* = \pi \sqrt{E I_i / N_{cri}} \quad (3)$$

3. 有効座屈長の算出の例

まず、本報告で提案した手法の妥当性を検討するために、道路橋示方書に示されている図1のようなラーメンの有効座屈長を計算した結果、表1のような有効座屈長が得られた。この結果はほぼ妥当であると思われる。

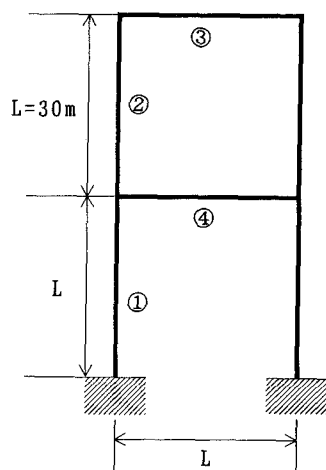


図1 2層のラーメン

文献3)でも指摘されているように、等断面部材より構成される骨組部材では従来の有効座屈長の算出法で特に大きな問題は生じていないようである。問題は変断面部材のように応力照査する断面ごとに断面が変化する場合である。そこで次に図2に示すような変断面部材を取り上げる。変断面部材は通常階段状に断面が変化する部材として理想化するので、同じ両端単純支持の変断面柱であっても有効座屈長の考え方によって許容応力度に差異が生じる。しかしながら、断面が変化するところに節点を設けて骨組解析を行っている現状を考えれば、各断面ごとに有効座屈長が定義できることが望ましい。このようにすれば、設計の際必要となる許容軸方向圧縮応力度が各断面ごとに決められることになり、従来の座屈設計照査式がそのまま適用できることになる。ここでは文献2)の計算例を参考に、提案した手法を用いて有効座屈長を求め、変断面柱の各断面における許容軸方向圧縮応力度を算出してみた。図3にみられるように、許容応力度の変化は、道路橋示方書に準拠したものに比べて改善されていると思われるが、通常の固有値解析のみによる場合とは傾向に差が生じている。変断面部材を採用している背景を考えれば、文献3)で指摘されているように、断面の大きな箇所ですべて許容応力度が大きくなるのが一般的な設計であると思われる。

表1 道路橋示方書と計算結果との比較（図1）

部材番号	剛比 $I_c / I_B = 1$			
	境界条件			
	下端ピン		下端固定	
	示方書	計算結果	示方書	計算結果
①	3.5L	2.5L	1.5L	1.4L
②	1.9L	1.7L	1.9L	1.6L
③	/	0.79L	/	0.77L
④	/	1.1L	/	0.97L

（注） $E=2.1 \times 10^7 \text{ tf/m}^2$, $I_B=1.0855 \times 10^{-4} \text{ m}^4$

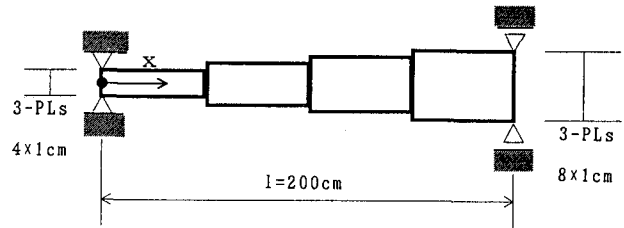


図2 両端単純支持の変断面柱

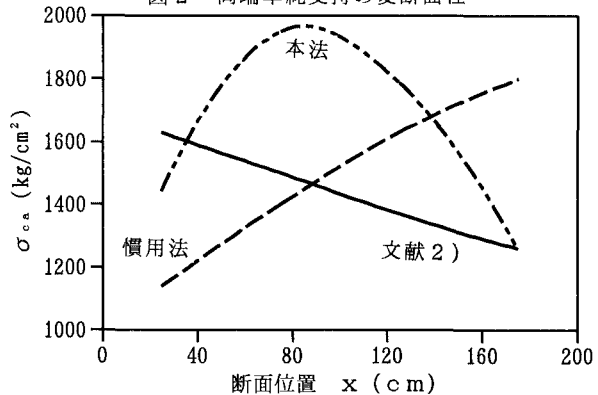


図3 変断面柱の各断面での許容圧縮応力度

参考文献

- 1) 織田博孝・宇佐美勉：骨組構造物の座屈設計の比較と評価、構造工学論文集、vol. 40A、1994. 3.
- 2) 西野文雄・三木千寿・鈴木篤：道路橋示方書II 鋼橋編改訂の背景と運用、第13章ラーメン構造、橋梁と基礎、1981. 10.
- 3) 北田俊行：骨組構造物の種々の座屈設計法の問題点について、第2回SGST拡大研究会論文集、1993. 12.
- 4) 依田照彦・広瀬剛：一般的な骨組構造物に対する有効座屈長の簡易な決め方について、第48回年次学術講演会、1993. 9.